割圜密率捷法

圖解下

分弧正矢率數求全弧正矢率數

按分弧正矢求全弧正矢即弧背求正矢之法所由起也

設圜周一弧二分之命圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一求全弧正矢率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲圜周之一弧乙丙丙丁皆爲二分弧之一爲一分弧乙丙爲一分弧通弦乙戊爲一

分弧正弦丙戊爲一分弧正矢乙丁爲全弧通弦乙巳爲全弧正弦丁巳爲全弧正矢自乙與乙丙相等作乙庚線自丙自庚與甲丁平行作丙辛

庚壬二線過庚點與乙巳平行作子癸線其甲乙丙與乙丙庚丙庚丑爲同式連比例三角形兩等邊三角形一角等餘角必等爲同式大形之小邊與小形之大邊相等爲連比例三兩等邊三角形兩兩同用一角又同用一邊故爲同式連比例今命甲乙半徑爲一率丙戊一分弧正矢爲二分三率之一則乙丙一分弧通弦

爲二率丙庚倍丙戊爲三率庚子丑與乙丙戊爲同式形丑角與丙角等子戊二角皆爲直角餘一角必等故爲同式庚壬與丙戊等勾股形一銳角等爲同式若一邊又等則餘二邊必等丙乙戊角對丙丁一分弧戊乙壬角所對之弧與乙丙丁全弧等其角必倍于丙乙戊角戊乙庚角原與丙乙戊角等則庚乙壬角亦必與丙乙戊角等是三勾股形皆爲同式而乙戊與乙庚又爲三形兩兩同用之一邊故庚壬必與丙戊等也

已癸與庚壬等又作丙丁弧正弦線丙寅則丁寅爲正矢亦與丙戊等癸寅與丙子等今有甲乙半徑丙戊正矢求丁已全弧正矢先倍丙戊得丙寅與丙丑等次以甲乙與丙戊之比同於丙寅與子丑之比得子丑與丙丑相減餘丙子與癸寅等倍丙

戊得丁寅己癸併與癸寅等之丙子相加得丁己卽乙丙丁全弧之正矢也此法設數求之甚易今欲累求之使通於無窮故必用借根方法法借一根爲半徑甲乙爲連比例第一率又借一

一率○○○
二率一一○
三率一
乘第一
一率○二○
二率○○
三率一一

根爲一分弧通弦乙丙爲連比例第二率二率自乘一率除之得三率丙庚第二歸之得二分三率之一爲一分弧正矢丙戊率數求全弧正矢丁己率數二因一分弧正矢率數得二分三率之二

一率〇〇〇
二三率一二〇
三五率二

第一條　減　第二條　加　第三條

二三率二二四
三五率〇二二少二少

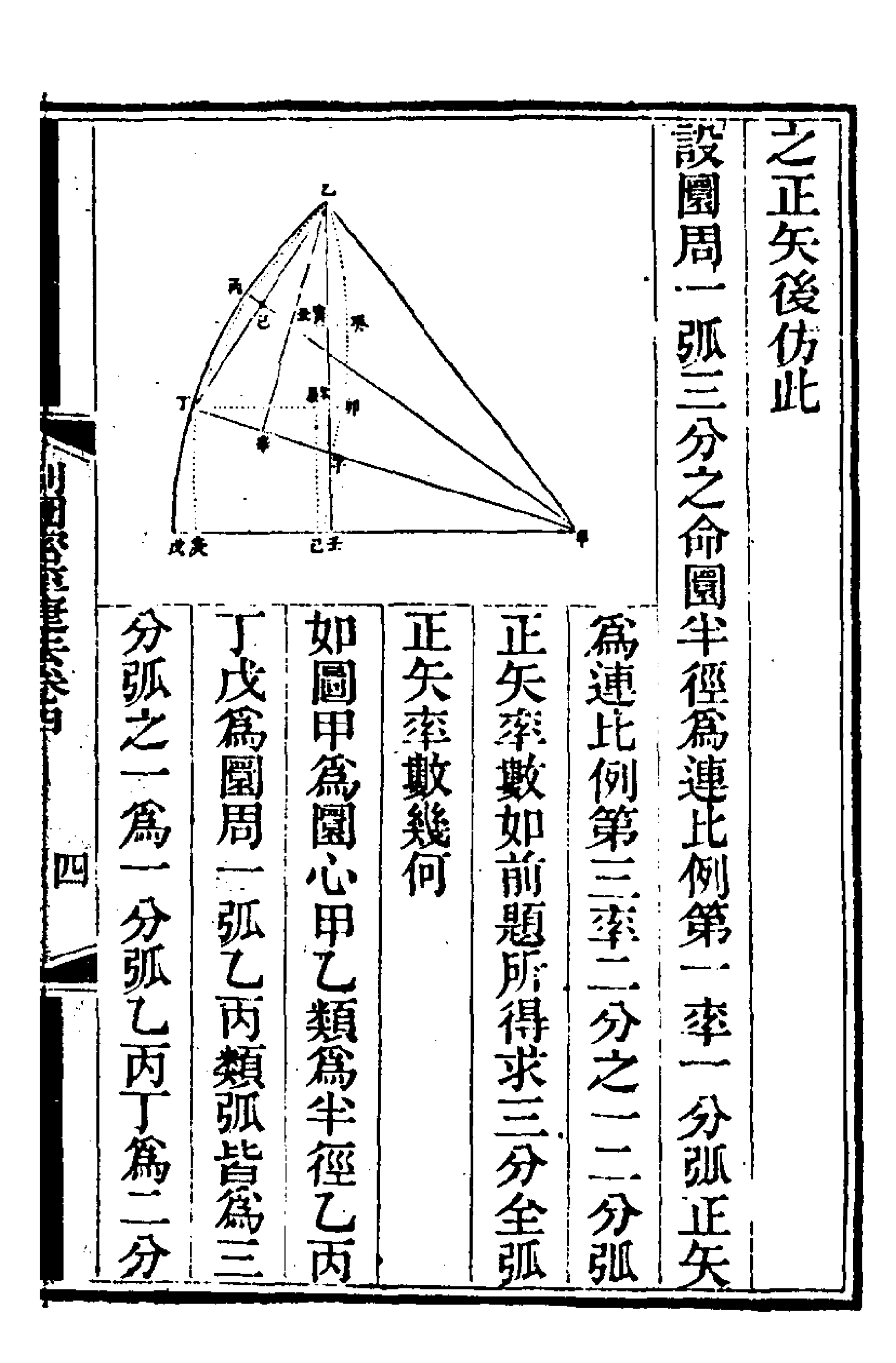
丙庚與丙丑等為第一條又以半徑為一率一分弧正矢二分三率之一為二率第一條二分三率之二亦為三率三率率數相乘一率除之得五率為二分又二分五率之二子丑為應減之數以減第一條得二分三率之二少二次二分五率之二為第二條倍一分弧正矢得二分三率之二丁寅癸己併為常加之數各分數弧求全弧俱加此數與第二條相加得二分三率之四少二次二分五率

之二爲第三條卽二分全弧正矢率數也

又法以半徑爲連比例第一率二分弧通弦率數（見前卷爲第二）率求得第三率率數爲四三率少四分五率之四（見求十分弧通弦率數）二歸之得第二分三率之四少二分又四分五率之四（卽二分又二分五率之二）與前法得數同但分母分子之數變用以累求各分數弧正矢則不如本法爲簡便也

設有本弧之正矢率數求倍弧之正矢率數

法同前本弧之正矢如一分弧之正矢二倍弧之正矢如全弧



之正矢後仿此

設圜周一弧三分之命圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一二分弧正矢率數如前題所得求三分全弧正矢率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊爲圜周一弧乙丙類弧皆爲三分弧之一爲一分弧乙丙丁爲二分

弧丙己戊庚皆爲一分弧正矢丁辛爲二分弧正矢戊壬爲三分全弧正矢試以乙辛爲軸將乙丙丁辛面右展爲乙癸子辛面則乙丁辛乙子辛乙己丑乙寅丑乙丙丁乙癸子各形皆兩兩相等乙辛線旁之兩乙角等（甲丑辛與乙丑己甲子壬與乙子辛皆爲兩直線相交上二直角三角形爲同式二乙角必與二甲角等各甲角皆等則二乙角自等矣）故乙丁線右展爲乙子線必與乙壬線合丁子爲倍二分弧正矢自丁點與甲戊平行作丁卯線取癸寅一分弧正矢之分距乙壬平行作辰己線丁子卯與甲丁戊爲同式形（甲丁二角爲二平行線內相對之角必等癸子寅形與丁戊庚形同式相等寅

子與丁庚既平行癸子與丁戊亦必平行是丁子卯角與甲丁戊角亦爲二平行線內相對之角必等二角既等餘一角必等故爲同式子卯午與丁戊庚亦爲同式形子卯午與癸子寅同式故亦與丁戊庚同式今有半徑甲乙類有一分弧正矢丙己戊庚癸寅類二分弧正矢丁辛及辛子各率數求三分弧正矢戊壬率數法置二一分弧正矢率數二因之得二分三率之八少二一次二分五率之四丁子與丁卯等爲第一條又以

第一條	三三率四二八	三五率二少四少

半徑爲一率一分弧正矢率數二分三率之一爲三率第一條又爲三率三率率數相乘一率除之得五率爲二一次二

分五率之八少三次二分七率之四

	一率	三率	五率	七率
	○○	一八	四少	
	○○	○○	八○	四少
	○	○	八	四少
第一條減		八	四少 八	四少
第二條減		八一	一二少	四多
第三條加		七二	一二少	四多
第四條		九	一二少	四多

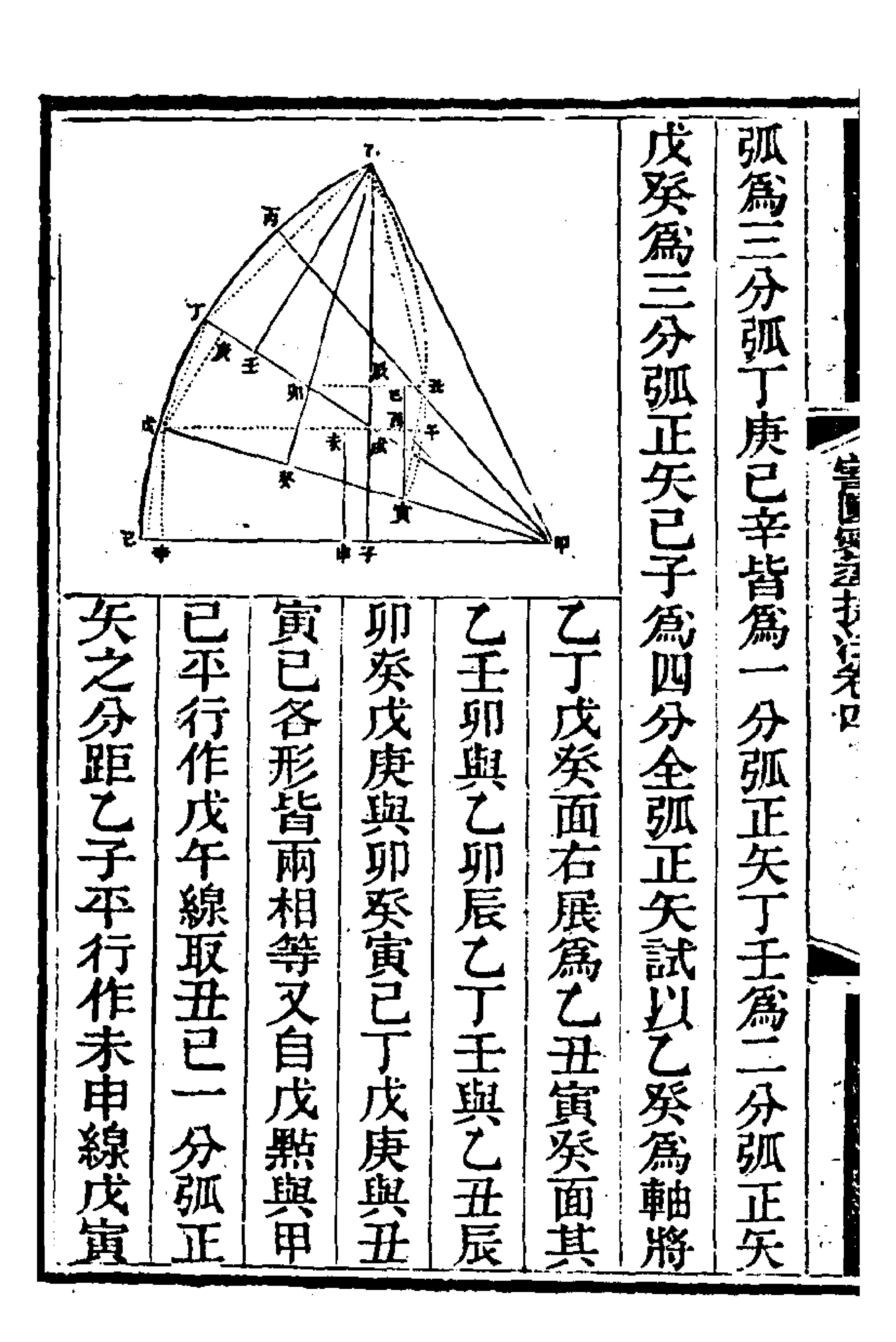
卯午或取第一條率數降二位三率降爲五率五率降爲七率即如三率乘一率除餘仿此得數亦同解見前求四分全弧通弦率數爲應減之數以減第一條得二分三率之八少二次二分五率之十二多三次二分七率之四丁午爲第二條又減一分弧正矢二分三率之一癸寅與辰午等得二分三率之七少二次二分五率之十二多三次二分七率之四丁辰與庚巳等爲第三條倍一分弧正矢率數得二次三率之二

戊庚壬己倂相加得二分三率之九少一次三分五率之十二多三次二分七率之四戊壬為第四條即三分全弧正矢之率數也此題求得丁午與庚壬等加一戊庚即得戊壬然與前後題加減有異故必先減癸寅後加戊庚壬己倂取其畫一也

設圜周一弧四分之命圜半徑為連比例第一率一分弧正矢為連比例第三率二分之一二分弧正矢三分弧正矢各率數如前題所得求四分全弧正矢率數幾何

如圖甲為圜心甲乙類為半徑乙丙丁戊己為圜周一弧乙丙類弧皆為四分弧之一為一分弧乙丙丁弧為二分弧乙丙戊

弧爲三分弧丁庚己辛皆爲一分弧正矢丁壬爲二分弧正矢戊癸爲三分弧正矢己子爲四分全弧正矢試以乙癸爲軸將



乙丁戊癸面右展爲乙丑寅癸面其乙壬卯與乙卯辰乙丁壬與乙丑辰卯癸戊庚與卯癸寅己丁戊庚與丑寅己各形皆兩相等又自戊點與甲己平行作戊午線取丑己一分弧正矢之分距乙子平行作未申線戊寅

午與戊甲己寅午酉與戊己辛皆爲同式（解見前）未酉與丑辰等（未戊與丑己戌酉與辰己各等故未戌戌酉併與丑己辰己併亦等）今有半徑（甲乙類）有一分弧正矢（己辛類）二分三分弧正矢（丁壬戊癸）各率數求四分全弧正矢（己子）率數法置三分弧正矢率數二因之得二一分三率之十八少二次二一分五率之二十四多三次二一分七率之八（戊寅與戊午等）爲第一條又取第一條率數降二位書之得二次二一分五率之十八少三次二一分七率之二十

	二一率	三五率	三一七率	三三一九率
	九	一二少	四多	
乘	二			
第一條	一八	二四少	八多	
減		一八	二四少	八少
第二條	一八	四二少	三二多	八少
減	四	二少		
第三條	一四	四〇少	三二多	八少
加	二			
第四條	一六	四〇少	三二多	八少

四多四次二分九率之八午酉為應減之數以減第一條得二分三率之十八少二次二分五率之四十二多三次二分七率之三十二少四次二分九率之八戊酉為第二條又減上二分弧正矢丑辰即丁壬與未酉等率數二分三率之四少二次二分五率之二得二分三率之十四少二次二分五率之四十多三次二分七率之三十二少四次二分九率之八戊未與辛申等為第三條倍一分弧正矢率數得二分三率之二己辛子申併相加得二分三率之十六少二次二分五率之四十多三次二分七率之三十二少四次

二分九率之八己子為第四條即四分全弧正矢之率數也

設圜周一弧五分之命圜半徑為連比例第一率一分弧正矢為連比例第三率二分之一三分弧正矢四分弧正矢各率數如前題所得求五分全弧正矢率數幾何

如圖甲為圜心甲乙類為半徑乙丙丁戊為圜周一弧乙己類弧皆為五分之一為一分弧乙己丙為三分弧乙丙丁為四分弧丙庚戊辛皆為一分弧正矢丙壬為三分弧正矢丁癸為四分弧正矢戊子為五分全弧正矢試以乙癸為軸將乙丙丁癸

面右辰爲乙丑寅癸面其左右二形內各三角形及四不等邊形皆兩兩相等見前題自丁與甲戊作平行線截丑寅線於卯截辰寅線於巳丁寅卯與甲丁戊寅卯巳與丁戊辛皆爲同式形見前題又取丑辰之分距乙子平行作午未線則丑申與巳午等見前題今有半徑甲乙類有一分弧正矢戊辛類三分四分弧正矢丙壬丁癸各率數求五分全弧正矢戊子率數法置四分弧正矢率

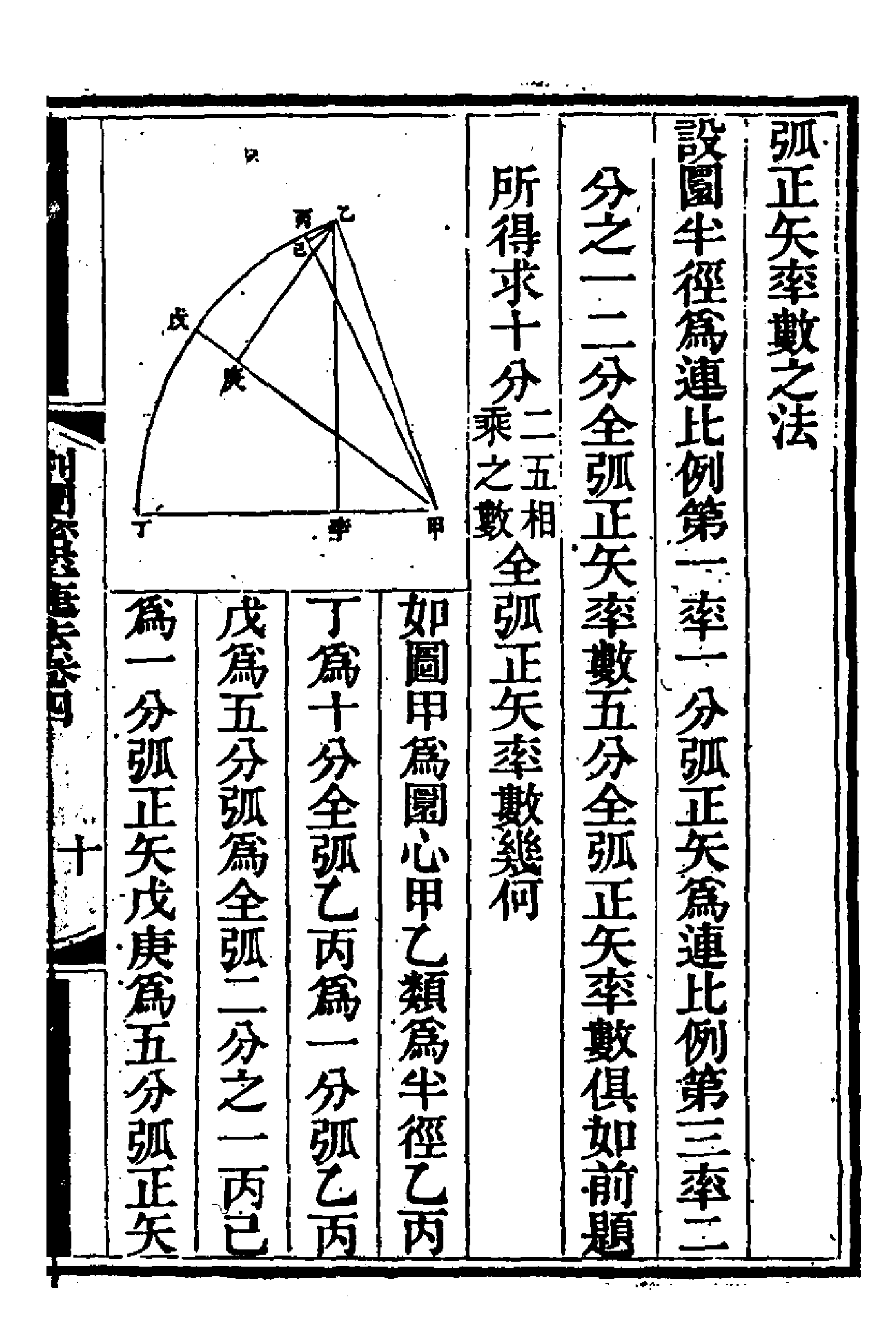
數二因之得三率三十二分分母見前少五率八十分多七率六十四分少九率十六分丁寅爲第一條又取第一條率數降二位書之得五率三十二分少七率八十分多九率六十四分少十一率十六分十一率分母爲五次二分向後分母俱遞加二分一次爲應減之數卯己以減第一條得三率三十二分少五率一百一十二分多七率一百四十四分少九率八十分多十一

	二三率	二二五率	二二二七率	二二二二九率	二二二二二十一率
	一六	四〇少	三二多	八少	
乘	二				
第一條	三二	八〇少	六四多	一六少	
減		三二	八〇少	六四多	一六少
第二條	三二	一一二少	一四四多	八〇少	一六多
減	九	一二少	四多		
第三條	二三	一〇〇少	一四〇多	八〇少	一六多
加	二				
第四條	二五	一〇〇少	一四〇多	八〇少	一六多

率十六分丁己爲第二條又減三分弧正矢丙壬與丑申及己午皆等率數三率九分少五率十二分多七率四分得三率二十三分少五率一百分多七率一百四十分少九率八十分多十二率十六分丁午與辛未等爲第三條倍一分弧正矢得三率二分戊辛子未併相加得三率二十五分少五率一百分多七率一百四十分少九率八十分多十一率十六分戊子爲第四條即五分全弧正矢之率數也按此逐層加減遞求之法與求通弦率數隔一位加減遞求之法畧同次設以兩分數弧正矢率數求兩分數乘得一分數

弧正矢率數之法

設圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一二分全弧正矢率數五分全弧正矢率數俱如前題所得求十分二五相乘之數全弧正矢率數幾何



如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲十分全弧乙丙爲一分弧乙丙戊爲五分弧爲全弧二分之一丙已爲一分弧正矢戊庚爲五分弧正矢

丁辛爲全弧正矢法以用乙半徑爲連比例第一率戊庚五分弧正矢率數爲連比例第三率求得連比例第五率率數二分弧率數至五率止故不用後率次以二分弧正矢三率五率各率率數乘上三率及所得五率各率率數相減即得全弧正矢率數若以二分弧正矢率數爲三率求得五率至十七率各率數次以五分弧正矢各率數乘上所得各率數加減之亦得蓋以五分弧爲一分弧十分全弧爲二分全弧立算也法與求十分弧通弦率數無異不復詳著惟列加減乘除之數以備參考其所得第二條即十分全弧正矢之率數也

一率　○　○　○

三率　二五　二五　○

五率　一○○少　一○○少　六二五　○

七率　一四○多　一四○多　二五○○少　二五○○少　○

九率　八○少　八○少　三五○○多　一○○○○多　三五○○多　○

十一率　一六多　一六多　二○○○少　一四○○○少　一四○○○少　二○○○少　○

十三率　四○○多　八○○○多　一九六○○多　八○○○多　四○○多

十五率　一六○○少　一一二○○少　一一二○○少　一六○○少

十七率　二二四○多　六四○○多　二二四○多

五率二乘　六二五　五○○○少　一七○○○多　三二○○○○少　三六四○○多　二五六○○少　一○八八○多

[illegible]　一二五○　一○○○○少　三四○○○多　六四○○○○少　七二八○○多　五一二○○少　二一七六○多

三乘率　二五　四

三率

五率　一○○少

七率　一四○多

九率　八○少

十一率　一六多

十三率

十五率

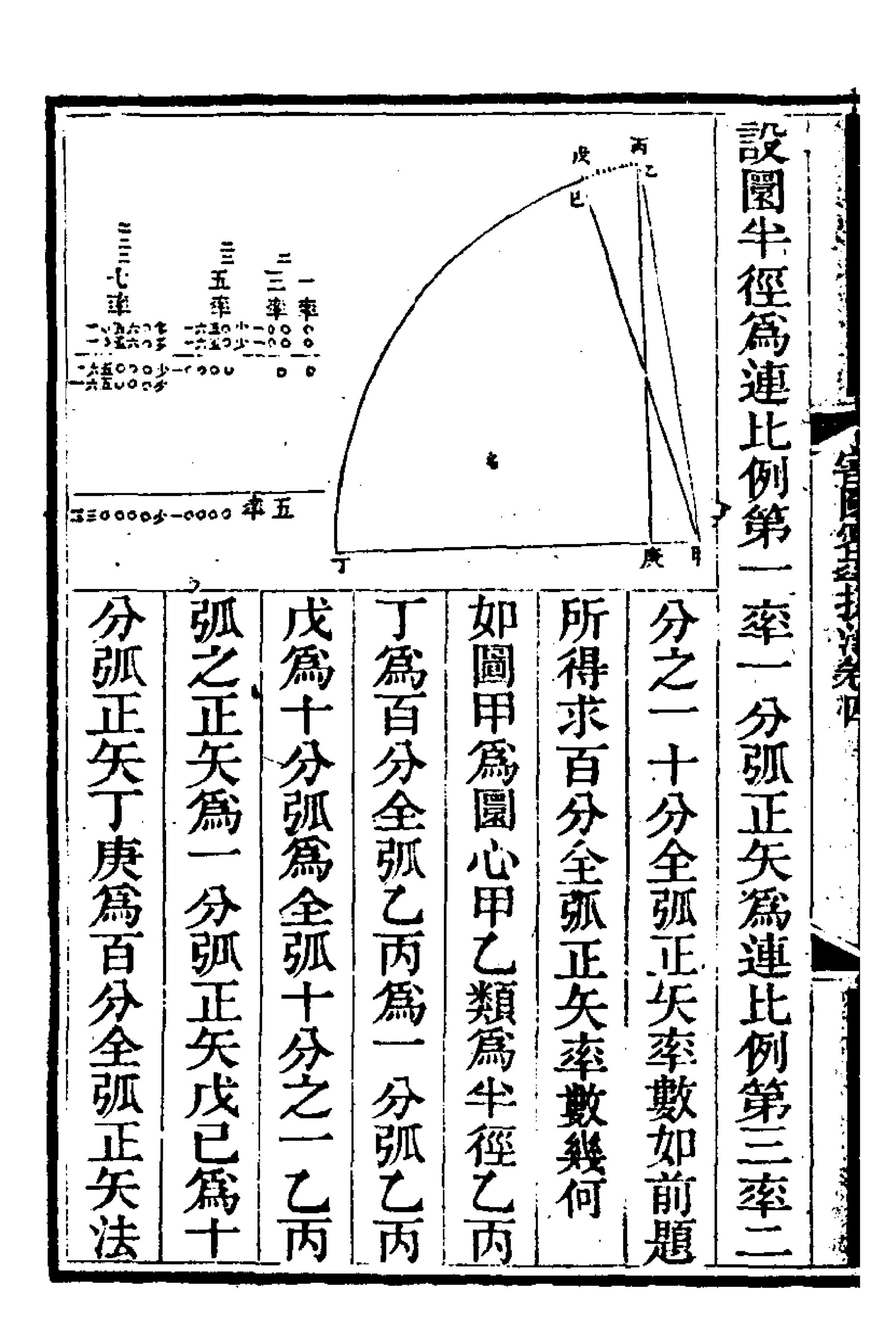
十七率

第一條　一○○　四○○少　五六○多　三二○少　六四多

減　一二五○　一○○○○少　三四○○○多　六四○○○○少　七二八○○多　五一二○○少　二一七六○多

第二條　○○　一六五○少　一○五六○多　三四三二○少　六四○六四多　七二八○○少　五一二○○多　二一七六○少

設圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一十分全弧正矢率數如前題所得求百分全弧正矢率數幾何



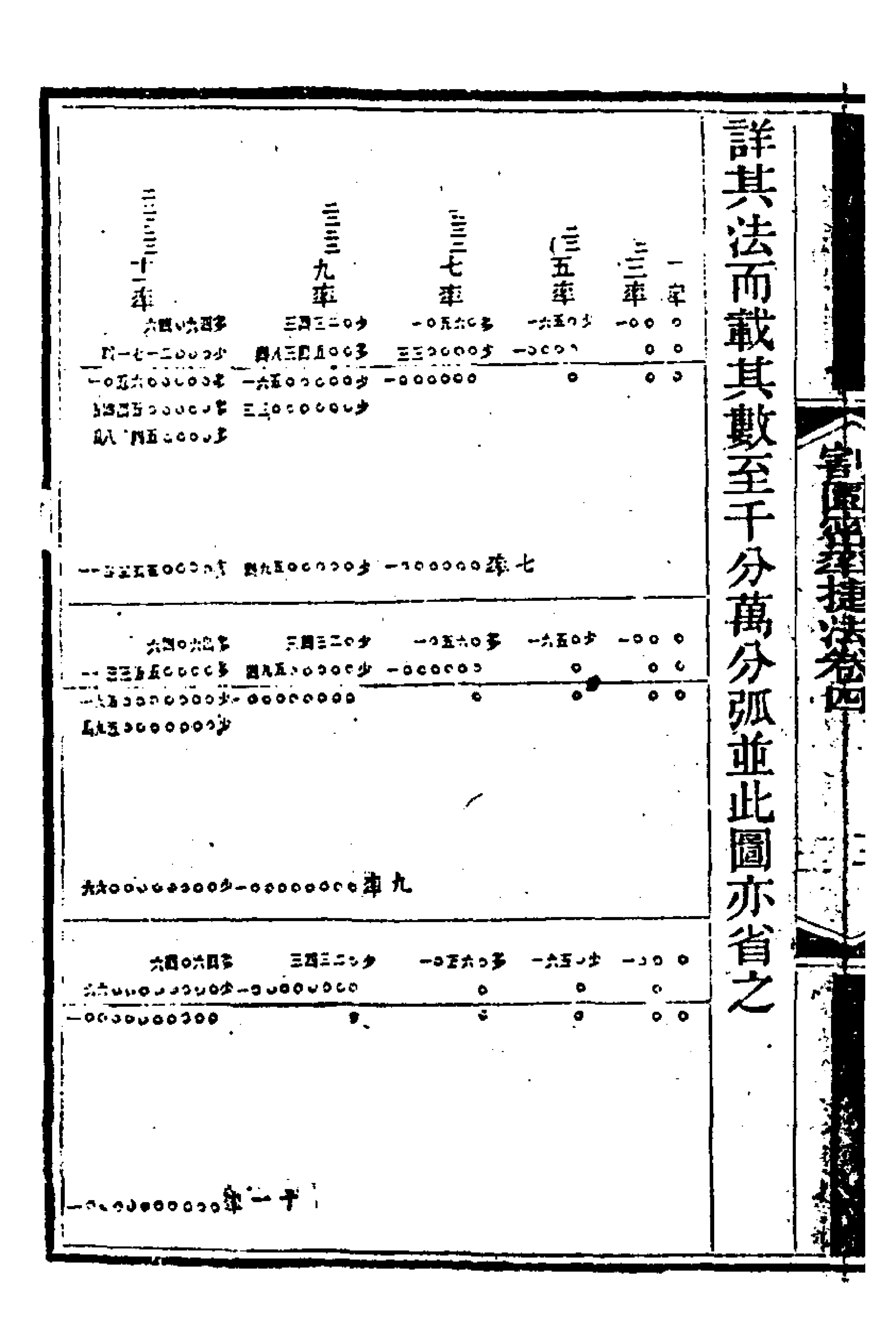
如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲百分全弧乙丙爲一分弧乙丙戊爲十分弧爲全弧十分之一乙丙弧之正矢爲一分弧正矢戊已爲十分弧正矢丁庚爲百分全弧正矢法

十七率	十五率	十三率	十一率	九率
	五一二〇〇多 五一二〇〇多	七二八〇〇少 七二八〇〇少	[illegible]	[illegible]
五一二〇〇〇〇多 一二〇一二〇〇〇〇多 六七六五一五八四〇多 一一七七八六二四〇〇多 六七六五一五八四〇多 一二〇一二〇〇〇〇多 五一二〇〇〇〇多	七二八〇〇〇〇少 一〇五七〇五六〇〇少 三六二〇一九二〇〇少 三六二四一九二〇〇少 一〇五七〇五六〇〇少 七二八〇〇〇〇少	六四〇六四〇〇多 五六六二八〇〇〇多 一一一五一五六〇〇多 五六六二八〇〇〇多 六四〇六四〇〇多	[illegible]	[illegible]

二七八一三七四〇八〇多九五〇八〇九六〇〇少二三七五八二四〇〇多四一七一二〇〇〇少[illegible]

以甲乙半徑爲連比例第一率戊巳十分弧正矢率數爲連比例第三率求得連比例第五率第七率至第十七率各率數次以十分弧正矢各率共數徧乘所得各率諸數逐條加減之即得全弧正矢率數蓋以十分弧爲一分弧百分全弧爲十分全弧立算也法與求百分弧通弦無異故不

詳其法而載其數至千分萬分弧並此圖亦省之



三三三三十三率

七二八〇〇少
二三七五八二四〇〇多
三四三二〇〇〇〇〇少
三四八四八〇〇〇〇〇少
七七七六九二五〇〇〇少
四一七一二〇〇〇〇〇少

一五七七六一二五〇〇〇少

七二八〇〇少
一五七七六一二五〇〇〇少
一〇五六〇〇〇〇〇〇多
八一六七五〇〇〇〇〇多
一一三三五五〇〇〇〇〇多

二〇五五九〇〇〇〇〇〇〇多

七二八〇〇少
二〇五五九〇〇〇〇〇〇〇多
一六五〇〇〇〇〇〇〇〇少
八六〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

八二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

三三三三三十五率

五一二〇〇多
九五〇八〇九六〇〇少
六四〇六四〇〇〇〇多
一一三二五六〇〇〇〇〇多
五一〇五二三二〇〇〇〇多
六八八二四八〇〇〇〇〇多
二三七五八二四〇〇〇〇多

一五五六〇一六〇〇〇〇〇多

五一二〇〇多
一五五六〇一六〇〇〇〇〇多
三四三二〇〇〇〇〇〇〇少
五二二七二〇〇〇〇〇〇〇少
一八七〇三五七五〇〇〇〇〇少
一五九七六一二五〇〇〇〇〇少

四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇〇少

五一二〇〇多
四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇〇少
一〇五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一〇八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
二〇五五九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多

三二五〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多

三三三三三三三十七率

七二八〇〇〇〇〇〇〇少
二一一四一一二〇〇〇〇少
一六五九二〇〇四〇〇〇〇少
四四〇四七八七二〇〇〇〇少
三九二〇一一〇九六〇〇〇〇少
九五〇八〇九六〇〇〇〇少

一一一五三五九八〇〇〇〇〇少

六四〇六四〇〇〇〇〇〇多
一六九八八四〇〇〇〇〇〇多
一一九七〇二八八〇〇〇〇〇〇多
二七五六〇六〇六二五〇〇〇〇多
一五五六〇一六〇〇〇〇〇〇〇多

[illegible]〇〇〇〇多

三四三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
六九六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
三三九二二三三〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

八一四八五二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

十一乘	九乘	七乘	五乘	三乘	一乘
六四〇六六步	三四三二〇步	一〇五六〇步	一六五〇步	一二〇	〇
一一三〇五五〇〇〇〇步	四九六〇〇〇〇〇步	一〇〇〇〇〇〇	〇	〇	〇
一六〇〇〇〇〇〇〇〇步	一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇	〇	〇	〇
四九五〇〇〇〇〇〇〇步					

九乘 一〇〇〇〇〇〇〇〇 六六〇〇〇〇〇〇〇〇步

六四〇六六步	三四三二〇步	一〇五六〇步	一六五〇步	一〇〇	〇
六六〇〇〇〇〇〇〇〇步	一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇	〇	〇	〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇	一	〇	〇	〇

十一乘 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

十三乘

少〇〇八二七
少〇〇〇五二一六七九三一

多〇〇〇〇〇〇〇六五〇一
多〇〇〇〇〇〇五七六一八
多〇〇〇〇〇〇〇五五三三一

多〇〇〇〇〇〇九五四〇二

十五乘

多〇〇〇二一五
多〇〇〇〇〇六一〇六五五一

少〇〇〇〇〇〇〇〇二三四三
少〇〇〇〇〇〇〇〇二七二二五
少〇〇〇〇〇五七五三〇七八一
少〇〇〇〇〇〇五二一六七九五一

少〇〇〇〇〇〇〇一〇五二〇四

十七乘

多〇〇〇〇〇〇四六〇四六
多〇〇〇〇〇〇〇四九八七六一
多〇〇〇〇〇〇八八二〇七九一一
多〇〇〇〇五二六〇六〇六三六二
多〇〇〇〇〇〇〇六一〇六五五一

多〇〇〇〇五二八五九三五六五五

少〇〇八二七
多〇〇〇〇〇〇〇九五五〇二

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五六一
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六六

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五二八

多〇〇二一五
少〇〇〇〇〇〇〇〇一〇五二〇四

多〇〇〇〇〇〇〇〇〇六五〇一
多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九八〇一
多〇〇〇〇〇〇〇〇〇九五五〇二

多〇〇〇〇〇〇〇〇五〇五二三

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇二三四三
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇六八六九六
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇五五二二九三三
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一〇五二〇四

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇五二五八四一八

一率	三率	五率	七率	九率	十一率	十三率
〇〇〇	一〇〇〇	一六五〇少〇〇	一〇五六〇少〇〇	三四三二〇少〇〇	六四〇六四多〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇	一〇〇〇	一六五少〇	一〇五六〇多〇〇	三四三二〇少〇〇	六四〇六四多〇〇	
〇〇〇	一〇〇〇	一六五少〇〇	一〇五六〇多〇〇	三四三二〇少〇〇	六四〇六四多〇〇	

十[illegible]率 [illegible]

多〇〇八二七
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五二一
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一

十[illegible]率 [illegible]

多〇〇二一五
多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五〇五二三
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五六一
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五二六
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九九

十[illegible]率 [illegible]

多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六五〇一
多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五二一六三一
多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五〇五二三
多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五三七一七四

少〇〇八二七
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一
多〇〇二一五
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九九
〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五六一
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九九

十五率 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五一一

[illegible]八二七
〇
〇〇二一五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一

〇
〇
十七率 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一

	三率	五率	七率	九率
第一條	一〇〇〇〇	一六五〇〇〇多	一〇五六〇〇〇多	三四三二〇〇〇少
減		一六五〇〇〇〇	五四四五〇〇〇〇〇少	七九七六九二五〇〇〇多
第二條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	五四五五五六〇〇〇多	七九八〇三五七〇〇〇少
加			一〇五六〇〇〇〇〇〇	五二二七二〇〇〇〇〇〇少
第三條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	五三〇七〇〇三五七〇〇〇少
減				三四五二〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第四條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
加				
第五條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
減				
第六條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
加				
第七條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
減				
第八條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少

右三率率數自乘一率除之得五率率數三率率數五率率數相乘一率除之得七率率數逐次求至第十七率率數之式也其以十分弧正矢各率共數徧乘所得各率諸數得應加應減之數與求通弦率數法無異茲不復詳惟列逐條加減之式

三十二年	三十三年
多○○四六○四六	多○○○○八二七
少○○○○○八四二八八六	多○○○○六九○一○二九三
多○○四六○○一三八八六	少○○○○四二八一○二九三
多○○○○○八八二○七九一一	少○○○○○○○○八八七○七八六一
多○○四六○二九一一九三○二一	少○○○○四二八九八九九○九六一
少○○○○○○○○○二一五六二二	多○○○○○○○○○八八四八五五一七
多○○四六○二九一一一五四八三二	少○○○○四二八九六八四九四二二七
○○○○○○○○○○四六○四六	少○○○○○○○○○○八二五八二五
多○○四六○二九一一一九一九七八	少○○○○四二八九六八四七七七○○六 ○○○○○○○○○○○○○○○八二七
多○○四六○二九一一一九一九七八	少○○○○四二八九六八四七七七八二三一
多○○四六○二九一一一九一九七八	少○○○○四二八九六八四七七七八二三一
多○○四六○二九一一一九一九七八	少○○○○四二八九六八四七七七八二三一

十五率	十七率
五一二〇〇〇〇多	二一七六〇〇〇〇少
一五六八八三五八四〇〇〇〇少	四五八九二六七二三二〇〇〇多
一五六八八四〇九六〇〇〇〇多	四五八九二六九四〇八〇〇〇少
一六四三一五二八九六〇〇〇〇〇〇少	一一七七八一九九四八八〇〇〇〇〇〇少
一六四四七二一七三六九六〇〇〇〇多	一一七六二七八八七五七四〇八〇〇〇少
一三八一三八三四三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇少	一九一〇〇四三八四七一四〇〇〇〇〇〇〇〇多
一三九七八三〇六四八三六九六〇〇〇〇多	一九二一八二六六三五八九七四〇八〇〇〇少
二〇八二四〇〇三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多	五二二〇二七一〇五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
二二二二一八三三八四九三六九六〇〇〇〇多	五四一二四五三七一九五八九七四〇八〇〇〇少
七二〇七二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少	三四三四二三〇八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
七四二九二八三三八四九三六九六〇〇〇〇多	三九七五四七六一七一九五八九七四〇八〇〇〇少
五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五九一一三六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一四五四九三八三三八四九二六九六〇〇〇〇多	九八八九〇七六一七一九五八九七四〇八〇〇〇少 二一七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一四五四九三八三三八四八六九六〇〇〇〇多	一二〇六五〇七六一七一九五八九七四〇八〇〇〇少

右第八條所得即百分全弧正矢之率數也

設圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一有十分全弧正矢率數百分全弧正矢率數皆見前題所得問千分十分百分相乘之數全弧正矢率數幾何

法以十分弧爲一分弧十分全弧爲百分全弧立算其以十分弧正矢率數爲連比例第三率求第五率第七率至第十七率各率數已見前題以百分弧正矢各率其數徧乘所得各率諸數與求千分弧通弦率數法無異俱不復詳惟列逐條加減之式于後求萬分弧正矢率數同此

	二三率	三五率	四三七率
第一條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六一	多〇〇〇〇〇六五〇一
減		〇〇〇〇〇〇五六六六一	少〇〇〇〇〇〇〇五三九九四五
第二條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六六六六一	多〇〇〇〇〇六五五五九九四五
加			多〇〇〇〇〇〇〇〇〇六五五五〇一一
第三條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六六六六六一	多〇〇〇〇〇六五五五五五〇一一一一一
減			
第四條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六六六六六一	多〇〇〇〇〇六五五五五五〇一一一一一
加			
第五條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六六六六六一	多〇〇〇〇〇六五五五五五〇一一一
減			
第六條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六六六六六一	多〇〇〇〇〇六五五五五五〇一一一一
加			
第七條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六六六六六一	多〇〇〇〇〇六五五五五五〇一一一一
減			
第八條	〇〇〇〇〇一	少〇〇〇〇〇五六六六六六一	多〇〇〇〇〇六五五五五五〇一一一一

三三二九率

三四七二○○○○○少
八○五六六九三二四○○○○○多
八○五六七二八五七○○○○○○少
五四九七二五○二二○○○○○○○○○○少
五四九八○五五八九二八五七○○○○○○少
三九六二七○○三五七○○○○○○○○○○○○
三九六八一九八四一二八九二八五七○○○○○○少
三九六八一九八四一二八九二八五七○○○○○○少
三九六八一九八四一二八九二八五七○○○○○○少
三九六八一九八四一二八九二八五七○○○○○○少
三九六八一九八四一二八九二八五七○○○○○○少

三三三十一率

六四○七四○○○○多
六九五一三○四八○○○○○○○少
六九五一三六八八七四○○○○多
一二五八八七○三○○三八○○○○○○○○多
一二五八八七七二五一七四八八六四○○○○多
二六一五三八二二三五六二○○○○○○○○○○○○少
二六一六六四一一一二八七一七四八八六四○○○○多
八七九一九一一一九二○六四○○○○○○○○○○○○○多
八八一八○七七六○三一九二七一七四八八六四○○○○多
八八一八○七七六○三一九二七一七四八八六四○○○○多
八八一八二七七六○三一九二七一七四八八六四○○○○多
八八一 ○七七六○三一九二七一七四八八六四○○○○多

[illegible]十三率

少〇〇〇〇〇〇八二七

多〇〇〇〇〇〇六九六〇一三七五七三

少〇〇〇〇〇〇四二四一一三七五九三

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇五〇五八〇五七三二四七七一

少〇〇〇〇〇〇四二九一六一〇一七七二四七七一

多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三六五九三六六五一九六四一八

少〇〇〇〇〇〇四二九一九七五〇[illegible]九九八六八四一八

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八二五四三三七六二三三五二七

少〇〇〇〇〇〇四二九一九七五八三九三三二四〇七四一六二七

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二八九六八四七七七八二三一

少〇〇〇〇〇〇四二九一九七五八三九七五〇四二六九八三〇六三二一

少〇〇〇〇〇〇四二九一九七五八三九七五〇四二六九八三〇六三三一

少〇〇〇〇〇〇四二九一九七五八三九七五〇四二六九八三〇六三三一

五三三三二二

十五率

多〇〇〇〇〇〇二一五

少〇〇〇〇〇〇四八九一四二五四八五一

多〇〇〇〇〇〇六九四二四二五四八五一

多〇〇〇〇〇〇〇〇六九八四二八二二四〇八二七一

多〇〇〇〇〇〇六九〇二三七七二一八五〇八二七一

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇七五八二九三六五八〇九九四九五一

多〇〇〇〇〇〇六九〇二〇三六五〇二二六六三六一五九五一

多〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二三〇四〇八九二三七〇一八七五八二

多〇〇〇〇〇〇六九〇二〇三八八〇六一四六六九八五〇四九五八二

少〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六七五二一一二一七九八四五一三一一

多〇〇〇〇〇〇六九〇二〇三八八〇六八一二九〇〇八一一七四二八一三一

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六九六三七四八三三八三九五五四一

多〇〇〇〇〇〇六九二二〇三八八〇六八一八八七三七六九二八一二一八六四一

多〇〇〇〇〇〇六九〇二〇三八八〇六八一八八七三七六九二八一二一八六九一

三四三三三三十七率

少○○○○○六七一二

多○○○○○二三四○九九五一五三六四

少○○○○○八○六二九九五一五三六四

少○○○○○○○○八八四○九一七○九六六八三二一

少○○○○○八○六○八四六○七○七三七六八三二一

多○○○○○○五二五九○八三七五二二○六九九三五○二二

少○○○○八○一三三四七八○八二六七六四三二五九○二二

少○○○○○○○○○○○六五○三三一三六四一八○一一四六一七

少○○○○○八○一三三四七四六八五九○○一八三三六一三六六一七

多○○○○○○○○○○○○○○○四六四二五六一二八七四八○三八六二六

多○○○○○八○一三三四七四六八九五五二五四五五四九七四七四五七二六

少○○○○○○○○○○○○○○○○八八一二○六九○八七三五四○八六一

少○○○○○八○一三三四七四六八九五五○四三七七四五七五五二九二七六八六一

○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○八○四七九八五九一七一六七○五六○二一

少○○○○○八○一三三四七四六八九五五○二四一五四四三五七九○八四七三五二二一

右第八條所得即千分全弧正矢之率數也

設圜半徑為連比例第一率一分弧正矢為連比例第三率一分之一有十分全弧正矢率數千分全弧正矢率數皆見前題所得

求萬分十分千分相乘之數全弧正矢率數幾何

	三率
第一條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第二條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
加	
第三條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第四條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
加	
第五條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第六條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
加	
第七條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第八條	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三五率	三七率
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五〇一
少〇〇〇〇〇〇〇〇〇五六六六六六一	少〇〇〇〇〇〇〇〇〇五四九九九九四五
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六六六六六六六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五五五七九九九四五
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六五五五五五〇一一一一一一
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六六六六六六六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五五五五五五五〇一一一一一一一
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六六六六六六六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五五五五五五五〇一一一一一一一一
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六六六六六六六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五五五五五五五〇一一一一一一一一
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六六六六六六六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五五五五五五五〇一一一一一一一一
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六六六六六六六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五五五五五五五〇一一一一一一一一
少〇〇〇〇〇〇〇〇五六九九九六六六一	多〇〇〇〇〇〇〇六五五五五五五五〇一一一一一一一一

三三九率

三四三二〇〇〇〇〇〇〇〇少

八〇五七四九一九四二五〇〇〇〇〇〇〇〇多

八〇五七四九二二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少

五四九九九七二五〇〇〇二二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

五四九九九八〇五五七五一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少

三九六八一七八四一二八九二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少

三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少

三九六八二五三四一二六七八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少

三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少

三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少

三十二率

多○○○○○○四六○四六

少○○○○○○○○○○八四○三九九一五九六

多○○○○○○四六○二一一三九九一五九六

多○○○○○○○○○○八三○五○五二○七三九四九五二一

多○○○○○○四六○二九四一四○七七九三四九四九五二一

少○○○○○○○○○○○○○二六五八二九○五二五九○一○九一六二

多○○○○○○四六○二九四三六六二六二三四四七四五三二○九一六二

多○○○○○○○○○○○○○四六八八四七一一七二九一三○六七七○八一八八

多○○○○○○四六○二九四三六○九四一八二六四七四五五○五九三三八一八八

多○○○○○○四六○二九四三六○九四一八二六四七四五五○五九三三八一八八

多○○○○○○四六○二九四三六○九四一八二六四七四五五○五九三三八一八八

多○○○○○○四六○二九四三六○九四一八二六四七四五五○五九三三八一八八

十二率

少○○○○○○○○八二七

多○○○○○○○○○六九六○七二一七九五九三

少○○○○○○○○○四二四一七二○七九五九三

少○○○○○○○○○○○○五○○一二八三四五二一六一一五七七一

少○○○○○○○○○四二九一七三二五三○二五六一一五七七一

多○○○○○○○○○○○○○三六○七四二四六六○七一一九一二八五一八

少○○○○○○○○○四二九一○○三二九二六一二八六八六三二八五一八

少○○○○○○○○○○○○○○八二一八二九一七九三三六二二○四十九四七二七

少○○○○○○○○○四二九一○○三○一四四四二四七六一○○五○六五九九四七二七

多○○○○○○○○○○○○○○○○○四二九一九七四八三九七五一四二六九八三○六六三一

少○○○○○○○○○四二九一○○五○一四八六一六六九八八三四八一六三二一七一一一六三三一

少○○○○○○○○○四二九○○五○一四八六一六六九八八三四八一六二二一七一一一六三三一

少○○○○○○○○○四二九一○○五○一四八六一六六九八八三四八一六二二一七一一一六三三一

五三三三三十六率

五一二○○○○○○○○多

一五八四六八一○八一九八四○○○○○○○○少

一五八四六八一○八二四九六○○○○○○○○多

一七二八八九八○二二一四○二四八九六○○○○○○○○多

一七二八八九八一八○六○九八三五七二○七六○○○○○○○○多

一五九七二○三八二九三八七七八七八三五三五七○○○○○○○○○○○少

一五九七二○五五五八二八五九六八四四三七一四二○九六○○○○○○○○○多

二八六六三一六一二四九一七七九二八一九六八二四三二○○○○○○○○○○○多

二八六六三三二○九六九七三三七五六七九三六六八八六九一四二○九六○○○○○○○○○多

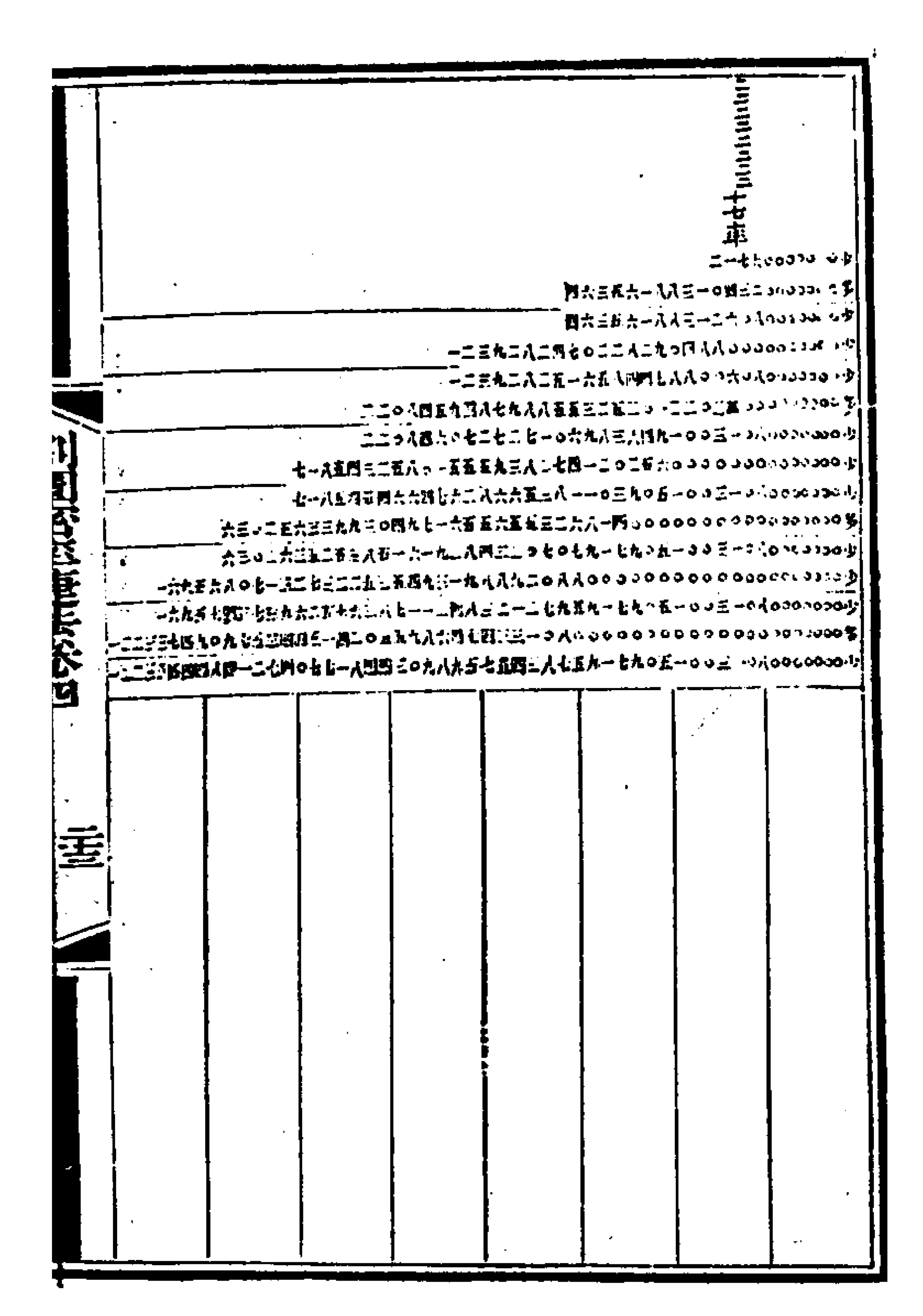
一三二二六七八五七二七八一七三五九一七二四○○四七六○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○少

一三二二七○七二三六一○二七○五六五三○七六八四一二九八六九一四二○九六○○○○○○○○○○多

一四六八一二一八二九六三七八八一八六○八八二一二○九六○○○○○○○○○○○○○○○○○○多

一四六八二五四一○○三九七三九八四五六六五三六一一七八一○二九八六九一四二○九六○○○○○○○○多

一四六八二五四一○○三九七三九八四五六六五三六一一七八一○二九八九九一四二○九六○○○○○○○○多



十七率

少○○○○○○六七一二
多○○○○○○三二四○一三一八八一六八三六四
少○○○○○○八○六二一三八八一六五三六四
少○四二二○○○○○○八八四○九二八二二○七四二八二九三二一
少○○○○○○八○六○○八八七四四八五六一五二八二九三二一
多○○二○○○○○○五二○二二○○二五二三五五八八九七八四九五四八○二二
少○○○○○○○八○一三○○一九四八三八九六○一七二七二七○六四八○二二
少○○○○○○○○○○○○六五二○二一四七二八三九五五五一○八五二三四五八一七
少○○○○○○○○○一三○○一五○九三○一一八二五六六八二六七四六六四四五八一七
多○○○○○○○○○○○○○○○○○四一八六二三五五六五五六一七九四○三九九三三六五二○三六
少○○○○○○○一三○○○一九○九七一九七○七○二三四八二九一六一四八三四二五三六二○三六
多○○○○○○○○○○○○○○○○○○○八八○二九八八九一三九四五二五二二三七二三一七○八六五九六一
少○○○○○○○一三○○一五○九七一九五九七二一二三八四二一一七八二六二六六九七五四七五九六一
多○○○○○○○○○○○○○○○○○○八○一三二四七四六八八九九五○二四一三四四三六七九○九四七三二二一
少○○○○○○○一三○○一五○九七一九五七八二四五七五八八九○三四四八一七七○四七二一四八四四三二二一

右第八條所得即萬分全弧正矢之率數也

弧背求正矢率數法解

弧背求正矢率數亦取百分千分萬分弧正矢率數依次比例相較而得與弧背求通弦率數法同比例算數如左

法以百分千分萬分弧三率共分數爲三率二分之一倍之去分母二即如倍之爲三率百分弧以一萬分爲三率千分弧以一百萬分爲三率萬分弧以一億分爲三率以求各率分數求五率分數置百分弧三率共分數二分之一萬以三率一萬乘之得五率分數二分之一億爲實置百分弧五率共分數一六六六

五〇〇二歸之得數（八三三三二五〇〇）爲法法除實得十二分（〇〇一二不盡）解

見前次置千分弧三率共分數（二分之一百萬）以三率（一百萬）乘之得五率分數（二分之一兆）爲實置千分弧五率共分數（一六六六六六五空五位）二歸之得數（八三三三三二五空四位）爲法法除實得十二分（〇〇〇〇一二不盡）次置萬分弧三率共分數（二分之一億）以三率（一億）乘之得五率分數（二分之一京）爲實（入算截去末六位）置萬分弧五率共分數（一六六六六六六五〇截去末六位）二歸之得數（八三三三三三三二五）爲法法除實得十二分（〇〇〇〇〇〇一二不盡）爰定

弧背求正矢應減之五率爲二分之一又十二分一分之一焉

一 二率一

三
五率少
一

求七率分數置百分弧五率共分數一六六六五〇〇〇

以三率乘之得七率分數一六六六五空七位爲實置百

分弧七率共分數一一一〇五五五六〇〇〇二歸之得數五五五二七七八〇〇〇爲

法法除實得三十分〇一二不盡次置千分弧五率共分數一六六六六六六

五空五位以三率乘之得七率分數一六六六六五〇〇〇截去後七位爲實置千

分弧七率共分數一一一一〇五五五五截去後七位二歸之得數五五五五五二七七

八爲法法除實得三十分〇〇〇一二不盡次置萬分弧五率共分數

一六六六六六六六五空七位以三率乘之得七率分數一六六六六六六六五〇〇截去後十三

位爲實置萬分弧七率共分數一一一一一一〇五五截去後十三位二歸之得

數五五五五五五五二七爲法法除實得三十分〇〇〇〇〇一二不盡爰定弧背

求正矢應加之七率爲二分之一又十二分一分之一又三十

分一分之一焉求九率分數置百分弧七率共

分數一一一〇五五五六〇〇〇以三率乘之得九率分數

一一一〇五五五六〇〇〇截去後四位爲實置百分弧九率共分

一三率一

二五率一少

三七率一多

數二九六二七〇〇三五截去後四位二歸之得數一九八一三五〇一七爲法法除實得

五十六分〇五不盡次置千分弧七率共分數一一一一〇五五五五五截去後六位

以三率乘之得九率分數一一一一○五五五五五截去後十二位爲實置千分弧九率共分數三九六八一九八四一截去後十二位二歸之得數一九八四○九九二○爲法法除實得五十六分○○○五不盡次置萬分弧七率共分數一一一一一○五五九截去後十二位以三率乘之得九率分數一一一一○五五五截去後二十位爲實置萬分弧九率共分數三九六八二五三四一截去後二十位二歸之得數一九八四一二六七○爲法法除實得五十六分○○○○五不盡爰定弧背求正矢應減之九率爲二一分之一又十二分一分之一又

三率

五率

七率

九率

三十分一分之二又五十六分一分之二焉求十一率分數置百分弧九率其分數三九六二七〇〇三五七〇截去後二位以三率乘之得十一率分數三九六二七〇〇三五七〇截去後六位爲實置百分弧十一率其分數八七九一九一一一九截去後六位二歸之得數四三九五九五五五九爲法法除實得九十分一四不盡次置千分弧九率其分數三九六八一九八四一二八截去後十位以三率乘之得十一率分數三九六八一九八四一二八截去後十六位爲實置千分弧十一率其分數八八一八〇七七六〇截去後十六位二歸之得數四四〇九〇三八八〇爲法法除實得九十分〇〇一四不盡次置萬分弧九率其分數三九六八二五

三四一二六截去後十八位以三率乘之得十一率分數三九六八二五三四一二六截去後二十六位為實置萬分弧十一率共分數八八一八三三九五〇截去後二十六位二歸之得數四四〇九一六九七五為法法除實得九十分〇〇〇〇一四不盡爰定弧背求正矢應加之十一率為二分之一又十二分一分之一又三十分一分之一又五十六分一分之二又九十分一分之一焉求十三率分數置百分弧十一率共分數八九七一九一一一九二截去五位以三率乘之得十三率分數八七九一九一一一九二截去後九位為實置百分弧十三率共分數一三二八七七七四八截去後九位二歸之得數六六四三八八七四為

三率一

二三
一五率一少

二二〇
一三七率一多

二二〇六
一三五九率一少

二二〇六〇
一三五九十一率一多

法法除實得一百三十二分三三不盡次置千分弧十一率共分數八八一八〇七七六〇三截去後十五位以三率乘之得十三率分數八八一八〇七七六〇三截去後二十一位為實置千分弧十三率共分數一三三六〇三八九六截去後二十一位二歸之得數六六八〇一九四八為法法除實得一百三十二分〇〇三三不盡次置萬分弧十一率共分數八八一八三三九五〇五五截去後二十四位以三率乘之得十三率分數八八一八三三九五〇五五截去後三十二位為實置萬分弧十三率共分數一三三六一一一七

一二截去後三十二位二歸之得數六六八〇五五八五六、為法法除實得一百三

十二分〇〇〇〇三三不盡爰定弧背求正矢應減之十三率為二分之

二三率一
三三／一五率一少
二二〇／一三七率一多
二二〇六／一三五九率一少
二二〇六〇／一三五九十一率一多
二二〇六〇二／一三五九一三十三率一少

一又十二分一分之一又三十分一分之一又五十六分一分之一又九十分一分之一又一百三十二分一分之一焉求十五率分數置百分弧十三率共分數一三二八七七七四八六九截去後七位以三

率乘之得十五率分數一三二八七七七四八六九截去後十一位為實置百分弧

十五率共分數一四五四九三八三三截去後十一位二歸之得數七二七四六九一六為

法法除實得一百八十二分六五不盡次置千分弧十三率共分數一三三六〇三八九六二四〇截去後十八位以三率乘之得十五率分數一三三六〇三八九四六八一二八二九截去後二十四位爲實置千分弧十五率共分數六二四〇截去後二十四位爲法法除實得一百八十二分〇〇六五不盡

後二十四位二歸之得數七三四〇六〇九一四爲法法除實得一百八十二分〇〇六五不盡次置萬分弧十三率共分數一三三六一一七一二三六一八截去後二十八位以三率乘之得十五率分數一三三六一一七一二三六一八截去後三十六位爲實置萬分弧十五率共分數一四六八二五四一〇〇二三九截去後三十六位二歸之得數七三四一二七〇五〇一九爲法法除實得一百八十二分〇〇〇〇六五

不盡

爰定弧背求正矢應加之十五率爲二分之一又十二分一分之一又三十分一分之一又五十六分一分之一又九十分一分之一又一百三十二分一分之一又一百八十二分一分之一焉求十七率分數置百分弧十五率共分數一四五四九三八三三八四九截去後八位以三率乘之得十七率分數一四五四九三八三三八四九截去後十二位爲實置百分弧十七率共分數一二〇六五〇七六一七截去後十二位二歸之得數六〇一二五三八〇八爲法法除實得

二三率一
一三五率一少
二三〇三七率一多
二三〇六一五九率一少
二三〇六一五九十一率一多
二三〇六〇二一三九九三十三率一少
二三〇六〇二一三九九一八十五率一多

二百四十一分一不盡次置千分弧十五率共分數一四六八一二一八二九六七截去後二十二位以三率乘之得十七率分數一四六八一二一八二一九六七截去後二十八位為實置千分弧十七率共分數一二二三三七四九〇二九截去後二十八位歸之得數六一一六八七四五四為法法除實得二百四十分〇一一不盡次置萬分弧十五率共分數一四六八二五四一〇〇三九截去後三十六位以三率乘之得十七率分數一四六八二五四一〇〇三九截去後四十四位為實置萬分弧十七率共分數一二二三五四四四八四截去後四十四位二歸之得數六一一七七二二四二為法法除實得二百四十分〇〇〇一一不盡

奚定弧背求正矢應減

之十七率爲二分之一又十二分一分之一又三十分一分之一又五十六分一分之一又九十分一分之一又一百三十二分一分之一又一百八十二分一分之一又二百四十分一分之一焉既得各率分數依前弧背求通弦法定之以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得三率取其二分之一爲正矢初數又以初數求得五率分數取其十二分之一爲應減分數又以應

二 三率一
三六 一 五率一少
二二〇 一三〇 七率一多
二二〇六 一三五 九率一少
二二〇六〇 一三五九 十一率一多
二二〇六〇二 一三五九五 十三率一少
二二〇六〇三 一三五九三八 二 十五率一多
二二〇六〇三〇 一三五九五八四 一二二 十七率一少

減之五率分數求得七率分數取其三十分之一爲應加分數又以應加之七率分數求得九率分數取其五十六分之一爲應減分數又以應減之九率分數求得十一率分數取其九十分之一爲應加分數又以應加之十一率分數求得十三率分數取其一百三十二分之一爲應減分數又以應減之十三率分數求得十五率分數取其一百八十二分之一爲應加分數又以應加之十五率分數求得十七率分數取其二百四十分之一爲應減分數然後以各應加之數與初數相併各應減之

數相併兩總數相減即得正矢之數又分毋二爲一二相乘之數十二爲三四相乘之數三十爲五六相乘之數五十六爲七八相乘之數九十爲九十相乘之數一百三十二爲十一十二相乘之數一百八十二爲十三十四相乘之數二百四十爲十五十六相乘之數是三率爲一歸二歸五率爲三歸四歸七率爲五歸六歸九率爲七歸八歸十一率爲九歸十歸十三率爲十一除十二除十五率爲十三除十四除十七率爲十五除十六除依次遞加一數以爲法準此而可推之於無窮悉與弧背

求通弦法同

正矢求弧背法解

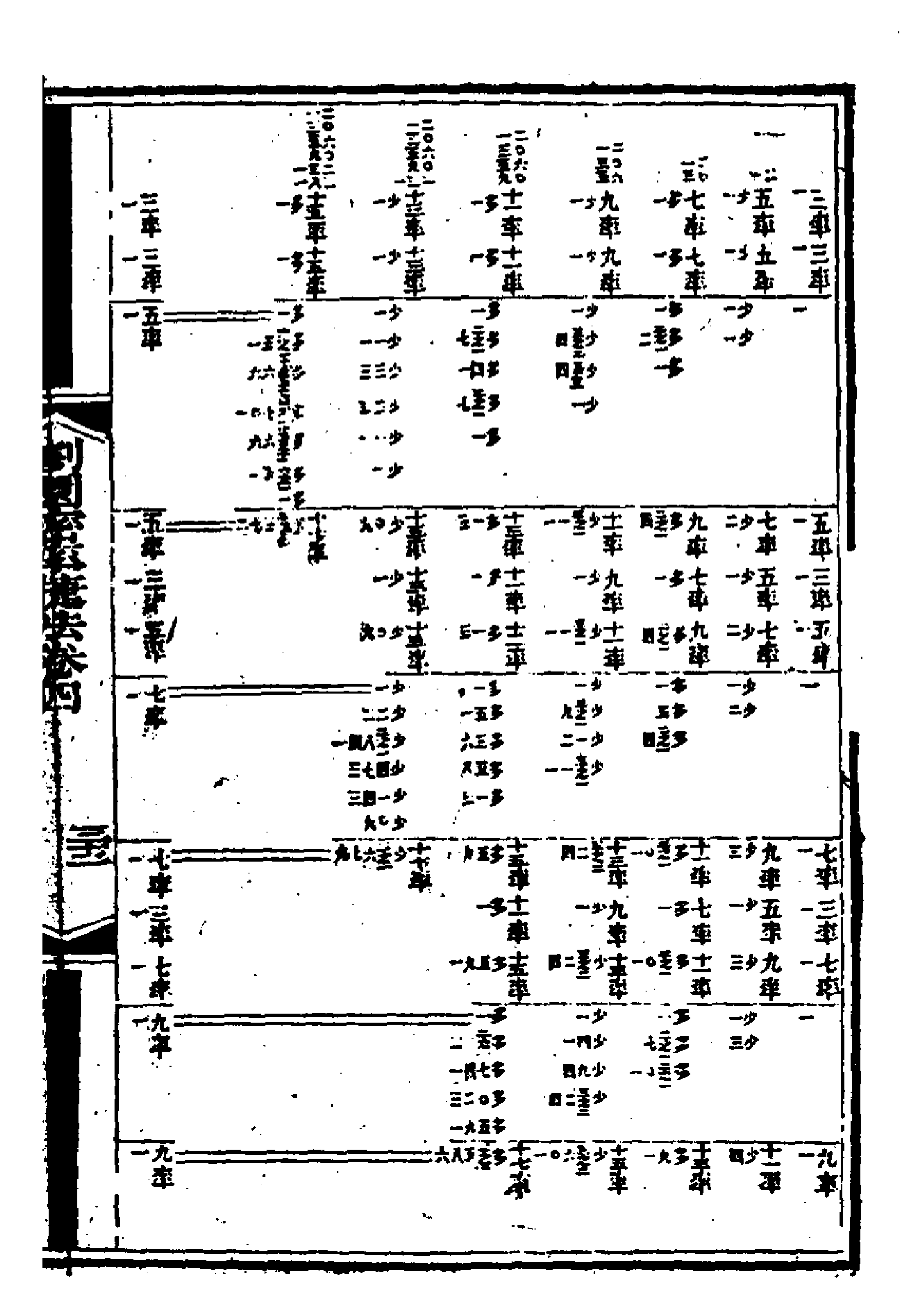
法以圜半徑爲連比例第一率弧背求正矢共率數倍之各率上偏減一同用之分母二卽如加倍爲連比例第三率率數求得第五第七等各率數按第三率共率數內所少率數遞加之至得一整三率而止爲弧背爲二一率之三率又另借一根爲倍正矢爲連比例第三率與前對求得各率遞加之至十七率而止其所得之共率數卽正矢求弧背爲二一率之三率之共率數旣得第三率則與第

正矢	一	三率 一少	五率 一多	七率 一少	九率 一多	十一率 一少	十三率 一多	十五率 一少	十七率

三率	一	三率 一少	五率 一多	七率 一少	九率 一多	十一率 一少	十三率 一多	十五率 一少	十七率	又三率 二

一率相乘開平方得第二率卽爲弧背其理俱與通弦求弧背同但多一開平方耳至求各率數及通分法俱詳于前茲惟列算之式如左

此倍正矢爲三率式也各率上減去分母二卽同以二乘各率子數也



一三率九率
一五率十一率
一七率十三率
一九率十五率

一十一率
十三率
十五率
十七率

一三率十一率
一五率十三率
一七率十五率

一十三率
十五率
十七率

一三率十三率
一五率十五率

一十五率
十七率

一三率十五率

一十七率

右以三率率數求五七九等率率數俱與通弦求弧背同建功案三率自乘一率除之得五率法與前二率自乘得三率同惟分母與前不同其本法亦甚煩改用捷法如第二行自乘用五乘二

第一加 第二除

率	第一加	第二除
三率	一	一
五率 [illegible]	一少 [illegible]	○
七率 [illegible]	一多 [illegible]	[illegible]
九率 [illegible]	一少 [illegible]	[illegible]
十一率 [illegible]	一多 [illegible]	[illegible]
十三率 [illegible]	一少 [illegible]	[illegible]
十五率 [illegible]	一多 [illegible]	[illegible]
十七率 [illegible]	一少 [illegible]	[illegible]
三率	一	一
五率 [illegible]	一	一加

率	
五率 [illegible]	一
七率 [illegible]	[illegible]
九率 [illegible]	[illegible]
十一率 [illegible]	[illegible]
十三率 [illegible]	[illegible]
十五率 [illegible]	[illegible]
十七率 [illegible]	[illegible]
五率 [illegible]	一

率	
五率 [illegible]	一
七率 [illegible]	[illegible]
九率 [illegible]	[illegible]
十一率 [illegible]	[illegible]
十三率 [illegible]	[illegible]
十五率 [illegible]	[illegible]
十七率 [illegible]	[illegible]
五率 [illegible]	一

除以二行乘三行用十四乘三除以二行乘四行用十五乘二除以二行乘五行用十一乘以二行乘六行用九十一乘六除如第三行自乘用十四乘以三行乘四行用三十三乘以三行乘五行用一千一乘五除如第四行自乘用四百二十九乘四除餘悉與前通弦求弧背遞求各率法同

三率 五率 七率 九率 十一率 十三率 十五率 十七率 …… 三率 五率 七率

第二條 一 ○ 四少 二○多 八四少 三四○多 一三六四少 五四六○多 ══ 一 一

加 四 五六少 五八八多 五六三二少 五二○二多 五二○五少 四七三九二八 …… 丙

第三條 一 ○ ○ 三六少 四○多 …… 四六八四六八 ══ 一 一 四

七率 九率 十一率 十三率 十五率 十七率 …… 七率

一 三少 一○多 四二少 一九五多 九七六少 ══ 一

七率 九率 十一率 十三率 十五率 十七率 …… 七率

一 一四少 一四七多 一四○八少 三多 一三○ 八八二少 ══ 一

乘 日 …… 丙

四 五六少 五八八多 五六三二少 五二○九二多 五二○五少 四七三九二八 ══ 五

第三條 一 ○ ○ [illegible]
三乘 五乘 七乘 九乘 十一乘 十三乘 十五乘 十七乘 三乘 五乘 七乘 九乘

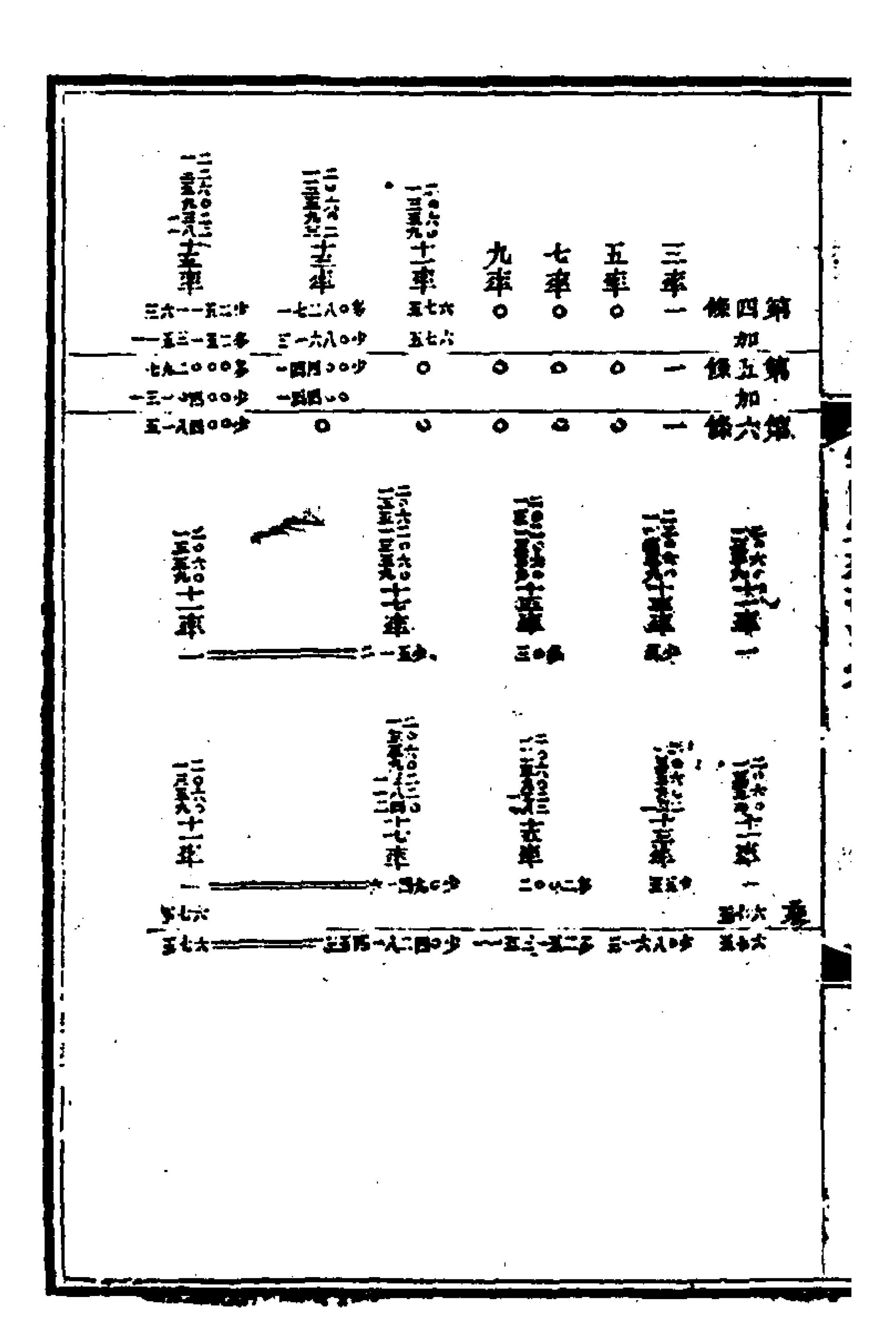
加 [illegible]

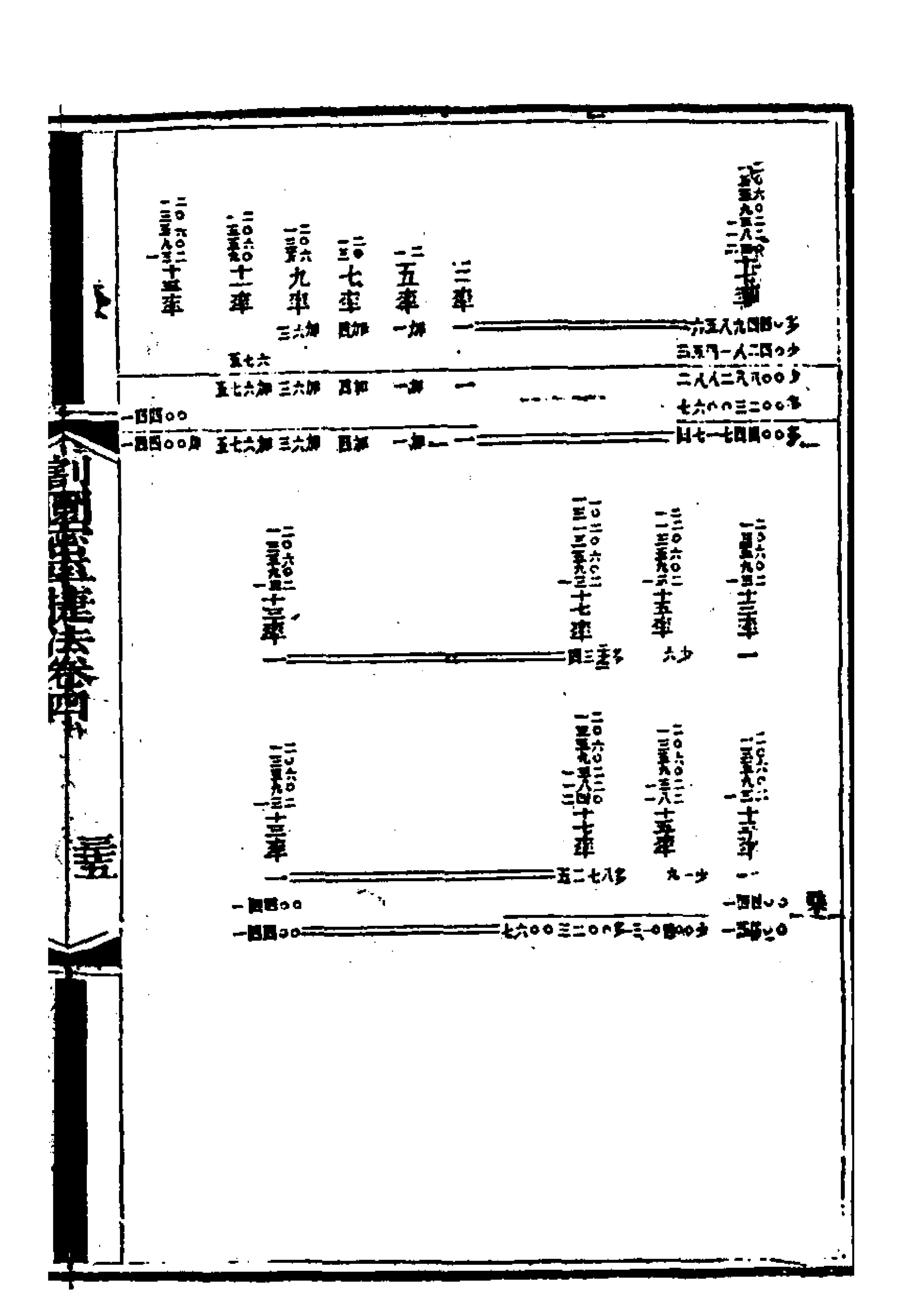
第四條 一 ○ ○ ○ [illegible]

九乘 十一乘 十三乘 十五乘 十七乘 九乘
[illegible]

九乘 十一乘 十三乘 十五乘 十七乘 九乘
[illegible]

乘 [illegible]


第四條
三率
五率
七率
九率
十一率
加
第五條
加
第六條



割圜密率捷法卷四

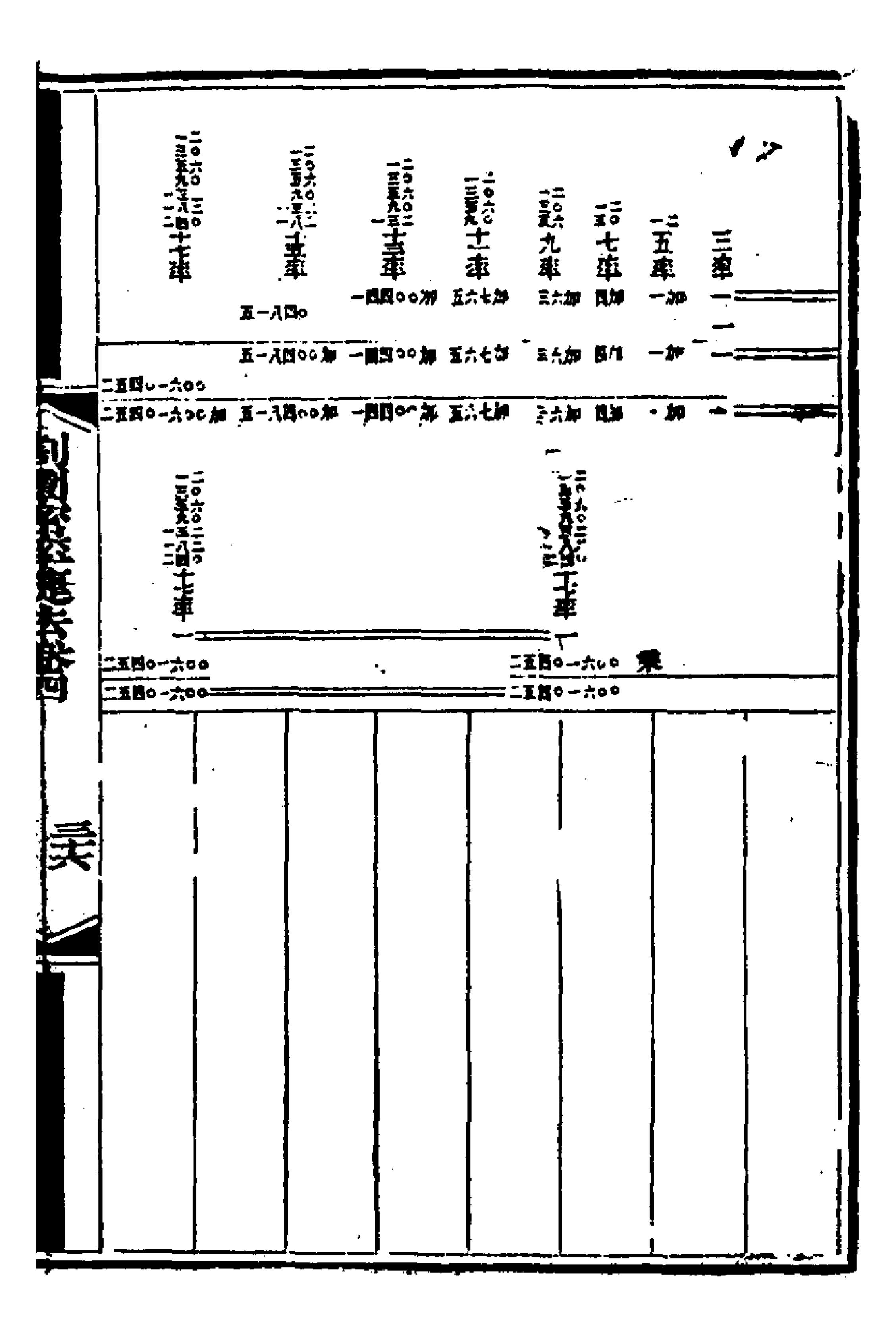
		三率	五率	七率	九率	十一率	十三率	十五率 [illegible]	十七率 [illegible]
第六條	一	○	○	○	○	○	○	少○○四八一五	多○○四四七一七五
加								五一八四○○	少○○○六七五二七
第七條	一	○	○	○	○	○	○	○	少○○六一○四五二
加									○○六一○四五二
第八條	一	○	○	○	○	○	○	○	○

一 十五率 [illegible] — 少七 十七率 [illegible] —— 一 十五率 [illegible]

一 十五率 [illegible] — 少○一四 十七率 [illegible] —— 一 十五率 [illegible]

乘 ○○四八一五 —— 五一八四○○

五一八四○○ — 少○○○六七五二七 —— 五一八四○○



三率
五率
七率
九率
十一率
十三率
十五率
十七率
十七率
十七率
割圜密率捷法卷四

十七率	十五率	十三率	十一率	九率	七率	五率	三率
二五四○一六○○加	五一八四○○加	一四四○○加	五七六加	三六加	四加	一加	一
四九	三六	二五	一六	九	四	一	
五一八四○○	一四四○○	五七六	三六	四	一		
二五四○一六○○	五一八四○○	一四四○○	五七六	三六	四	一	
二○七三六○○	四三二○○	五二	三六	三六	四	二	
一四六六五六○○	○八六四○○	○二八八○	二一六	○○	○	○	
四六六五六○○	八六四○○	二八八○	二一六				
○○○○○○	○○○○○	○○○○	○○○				
七七四九	六六三六	五五二五	四四一六	三三九	二二四	一一	

依次加至第八條右得一整三

率爲以弧背爲二率之三率左

得一三率加五率一分七率四

分九率三六分十一率五七六

分十三率一四四○○分十五

率五一八四○○分十七率二

五四○一六○○分卽倍正矢

爲三率求以弧背爲二率之三

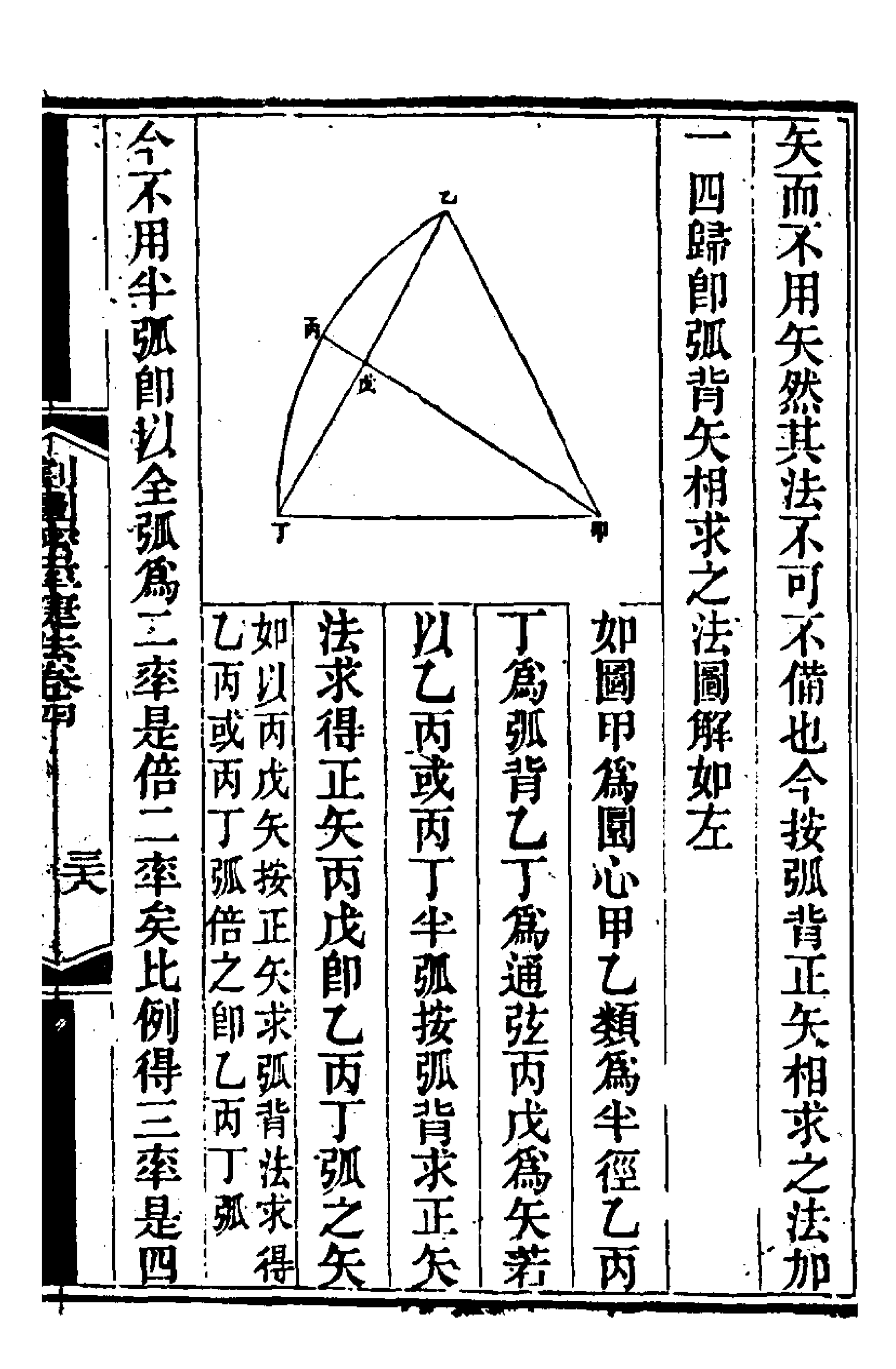
率之其率數也建功案此與通弦求弧背法同惟分母各別如
第一條應加五率爲第二條其七率用五乘二
除九率用十四乘三除十一率用十五乘二除十三率用十一
乘十：五率用九十一乘六除十七率用二十乘又第二條應加
七率爲第三條其九率用十四率三除十一率用十四乘十三
率用三十三乘十五率用一千一乘十五除十七率用三百六
十四乘三除又第三條應加九率爲第四條其十一率用十五
乘二除十三率用三十三乘十五率用四百二十九乘四除十
七率用二百八十六乘又第四條應加十一率爲第五條其十
三率用十一乘十五率用一千一乘十五除十七率用二百八
十六乘又第五條應加十三率爲第六條其十五率用九十一
乘六除十七率用三百六十四乘三除又第六條應加十五率
爲第七條其十七率用二十乘又第七條應加十七率
爲第八條其十七率僅一分而止無分母亦不須再求 又逐次
以前率分數除後率分數建功案此除法也與前通弦求弧背
置前率分數於上後率分數於下上

法下實以法除實同五率得一分七率得四分九率得九分十一率得十六分十三率得二十五分十五率得三十六分十七率得四十九分而一爲一自乘四爲二自乘九爲三自乘十六爲四自乘二十五爲五自乘三十六爲六自乘四十九爲七自乘是五率以後當取遞加一數自乘之數以乘前率分數也其比例乘除遞加之法俱與通弦求弧背同

弧背矢相求法解

古法用矢矢與通弦成直角而在弧弦之中三角形八線用正

矢而不用矢然其法不可不備也今按弧背正矢相求之法加一四歸即弧背矢相求之法圖解如左



如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲弧背乙丁爲通弦丙戊爲矢若以乙丙或丙丁半弧按弧背求正矢法求得正矢丙戊即乙丙丁弧之矢

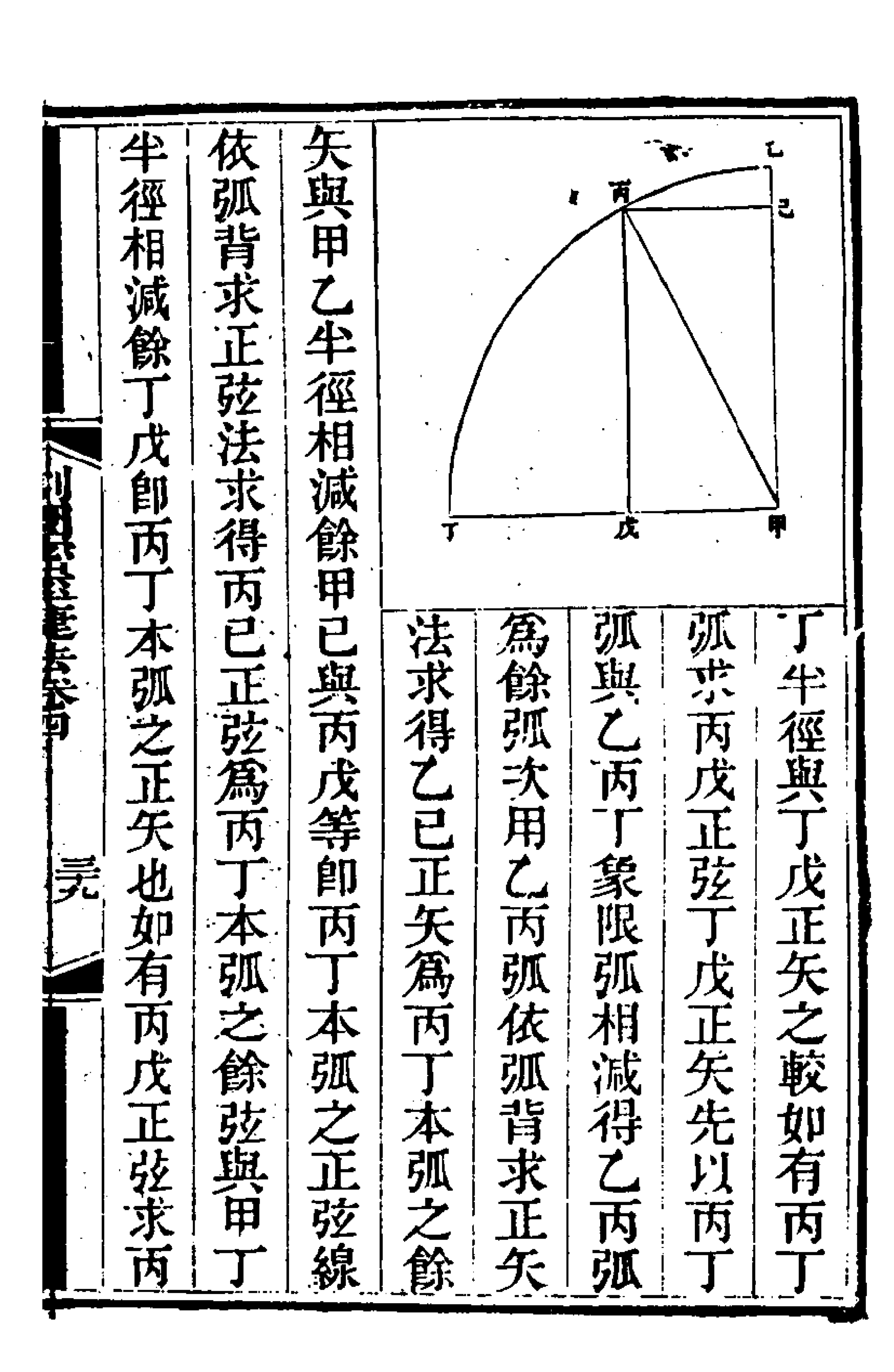
如以丙戊矢按正矢求弧背法求得乙丙或丙丁弧倍之即乙丙丁弧

今不用半弧即以全弧爲二率是倍二率矣比例得三率是四

倍三率矣三率爲比例常用之數是每次加四倍也故每次加四歸焉（如以丙戊矢求乙丙丁弧倍之加四因爲連比例第三率率數而每次比例取分數則皆加四歸）弧背通弦相求之法省一四歸卽弧背正弦相求之法弧背正矢相求之法加一四歸卽弧背矢相求之法其義正互相發也

弧矢弦正餘互用法解

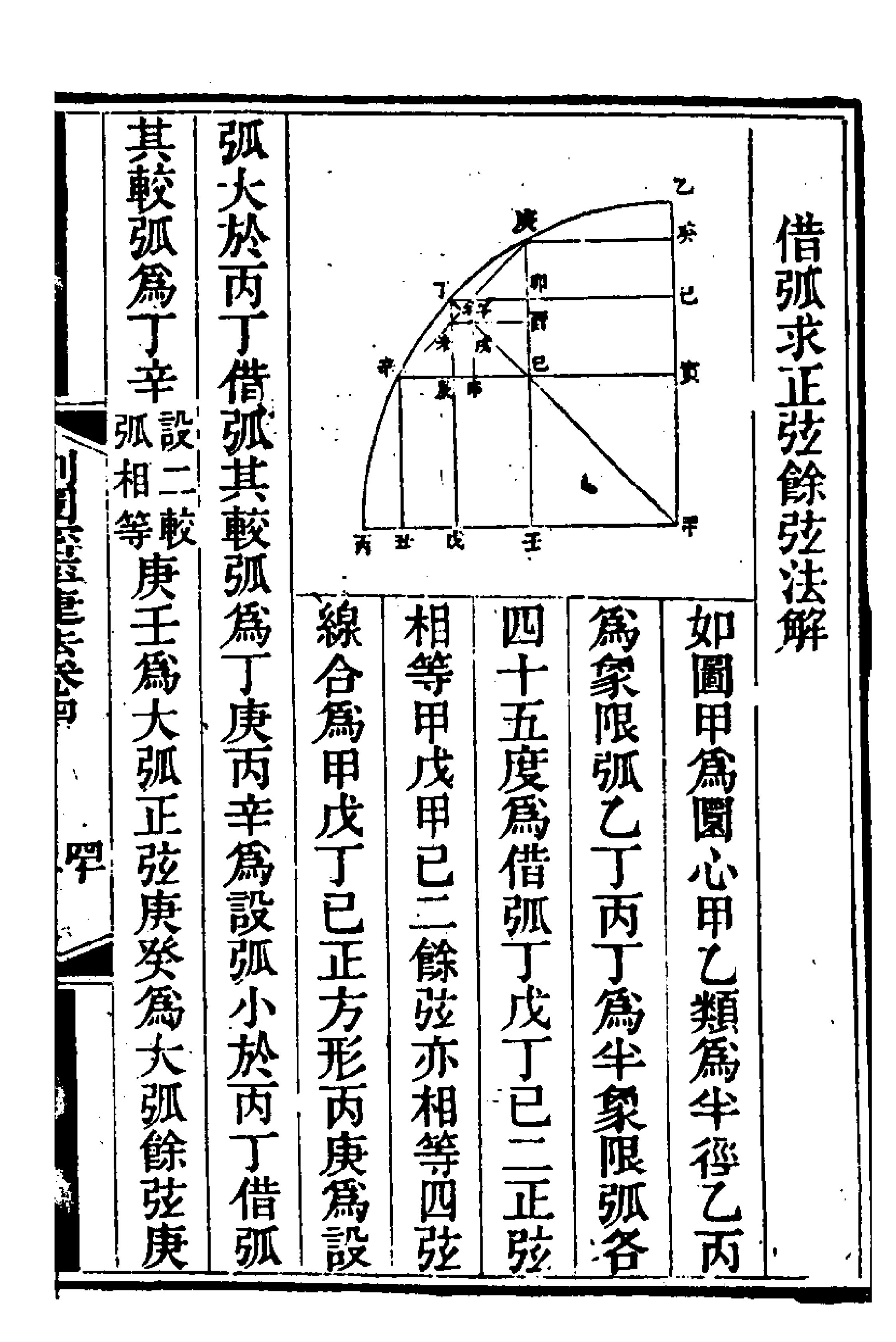
如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲象限弧設丙丁爲本弧乙丙爲餘弧丙戊爲正弦丁戊爲正矢丙已爲餘弦乙已爲餘矢乙已餘矢卽甲乙半徑與丙戊正弦之較已丙餘弦卽甲



丁半徑與丁戊正矢之較如有丙丁弧求丙戊正弦丁戊正矢先以丙丁弧與乙丙丁象限弧相減得乙丙弧爲餘弧次用乙丙弧依弧背求正矢法求得乙已正矢爲丙丁本弧之餘矢與甲乙半徑相減餘甲已與丙戊等卽丙丁本弧之正弦線依弧背求正弦法求得丙已正弦爲丙丁本弧之餘弦與甲丁半徑相減餘丁戊卽丙丁本弧之正矢也如有丙戊正弦求丙

丁弧背先以丙戊正弦與甲乙半徑相減得乙已餘矢次以乙已餘矢依正矢求弧背法求得乙丙弧爲丙丁弧之餘弧與乙丁象限弧相減得丙丁弧卽丙戊正弦之弧背有丁戊正矢求丙丁弧背先以丁戊正矢與甲丁半徑相減得丙已餘弦次以丙已餘弦依正弦求弧背法求得乙丙弧爲丙丁弧之餘弧與乙丁象限弧相減得丙丁弧卽丁戊正矢之弧背也此法因丙丁戊形弧弦矢甚大仍用本法求之則比例加減次數較繁故用餘形爲省便焉

借弧求正弦餘弦法解



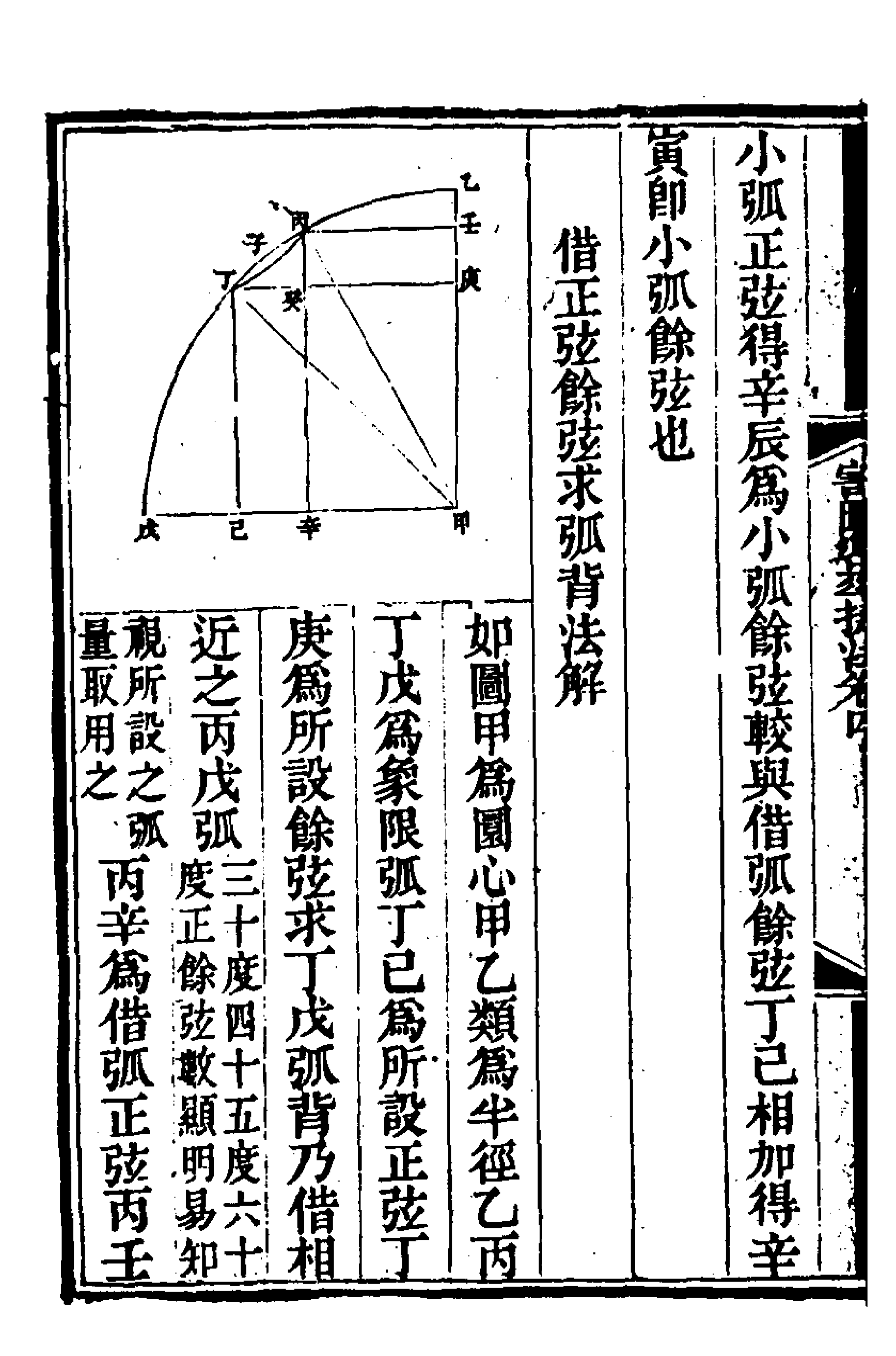
如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙爲象限弧乙丁丙丁爲半象限弧各四十五度爲借弧丁戊丁己二正弦相等甲戊甲己二餘弦亦相等四弦線合爲甲戊丁己正方形丙庚爲設弧大於丙丁借弧其較弧爲丁庚丙辛爲設弧小於丙丁借弧其較弧爲丁辛設二較弧相等庚壬爲大弧正弦庚癸爲大弧餘弦庚

子爲較弧正弦丁子爲較弧正矢辛丑爲小弧正弦辛寅爲小弧餘弦辛子爲較弧正弦與庚子等丁子爲較弧正矢二較弧同用庚卯爲大弧借弧正弦較丁卯爲大弧借弧餘弦較丁辰爲小弧借弧正弦較辛辰爲小弧借弧餘弦較庚辛巳爲半正方形所截甲戊丁巳正方之丁卯巳辰亦爲正方形庚辛倍較弧通弦卽二較弧正弦併所截甲戊丁巳正方之丁午未爲半正方形內甲丁半徑所分之丁子午丁子未亦爲二半正方形丁子與子午等亦與子未等試自午點與庚壬平行作午申線自未點與辛寅平

行作未酉線分為丁午戊未己申戌酉二正方形庚午卯庚未酉辛未辰辛午申俱為半正方形如較弧正弦正矢相加則為庚未或辛午相減則為庚午或辛未以半徑與四十五度正餘弦之比同於庚未與未酉之比或辛午與午申之比又同於庚午與庚卯之比或辛未與辛辰之比得庚卯為大弧正弦較與借弧正弦丁戊相加得庚壬即大弧正弦得未酉為大弧餘弦較與借弧餘弦丁已相減餘已卯與庚癸等即大弧餘弦得午申為小弧正弦較與借弧正弦丁戊相減餘辰戊與辛丑等即

小弧正弦得辛辰爲小弧餘弦較與借弧餘弦丁己相加得辛寅即小弧餘弦也

借正弦餘弦求弧背法解



如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊爲象限弧丁己爲所設正弦丁庚爲所設餘弦求丁戊弧背乃借相近之丙戊弧（三十度四十五度六十度正餘弦數顯明易知視所設之弧量取用之）丙辛爲借弧正弦丙壬

爲借弧餘弦以正弦丁巳與借弧正弦丙辛相減餘丙癸爲正弦較以餘弦丁庚與借弧餘弦丙壬相減餘丁癸爲餘弦較次以丙癸正弦較爲股丁癸餘弦較爲勾求得丙丁弦爲丙子丁弧之通弦次用丙丁通弦依通弦求弧背法求得丙子丁弧爲較弧與丙戊借弧相減得丁戊弧即丁巳正弦丁庚餘弦所求之弧背也

此係所借之弧大於所求之弧若所借之弧小於所求之弧如第二圖其

求較弧之法俱與前同惟求得丙丁較弧則與丙戊借弧相加得丁戊弧卽丁巳正弦丁庚餘弦所求之弧背也

割圜密率捷法卷四終

割圜密率捷法四卷首卷步法次卷用法其第三第四兩卷則法解分上下也是書乃乾隆中監正明靜菴先生所著未竟緒其門人陳舜五先生續成之陳序謂靜菴先生病革時以遺稿見授又謂遇有疑義則與先生之季子景臻及門人張良亭相與討論而良亭景臻亦時同推步校錄越數年甲午始克成書案靜菴先生名明安圖奉天正白旗生員其季子景臻名明新門人張良亭名肱吾郡寶應人後官農部主政陳則宛平生員祖貫八閩後官靈臺郎舜五其號也甲午爲乾隆三十九年陳

又謂計其次第相求以至成書約三十餘年見本書卷三弧矢弦相求法解然

則是書㓗始于乾隆之初當乾隆壬午癸未間距甲午之前僅

十年耳先生猶官監正張甫博士陳與景臻均食俸生其時老

成具在山東新城齊東野先生克昌以員外郎留監副任外夷

三進士如熱爾瑪尼亞國劉裔年先生松齡以監正食三品俸

同國鮑義人先生友管官左副波爾都噶俚亞國傅清臣先生

作霖以右副食三品俸外此四方俊傑通籍在監者更復不少

誠極一時之盛宜乎下位之賢得以紹承師蓋其著述幼冥有

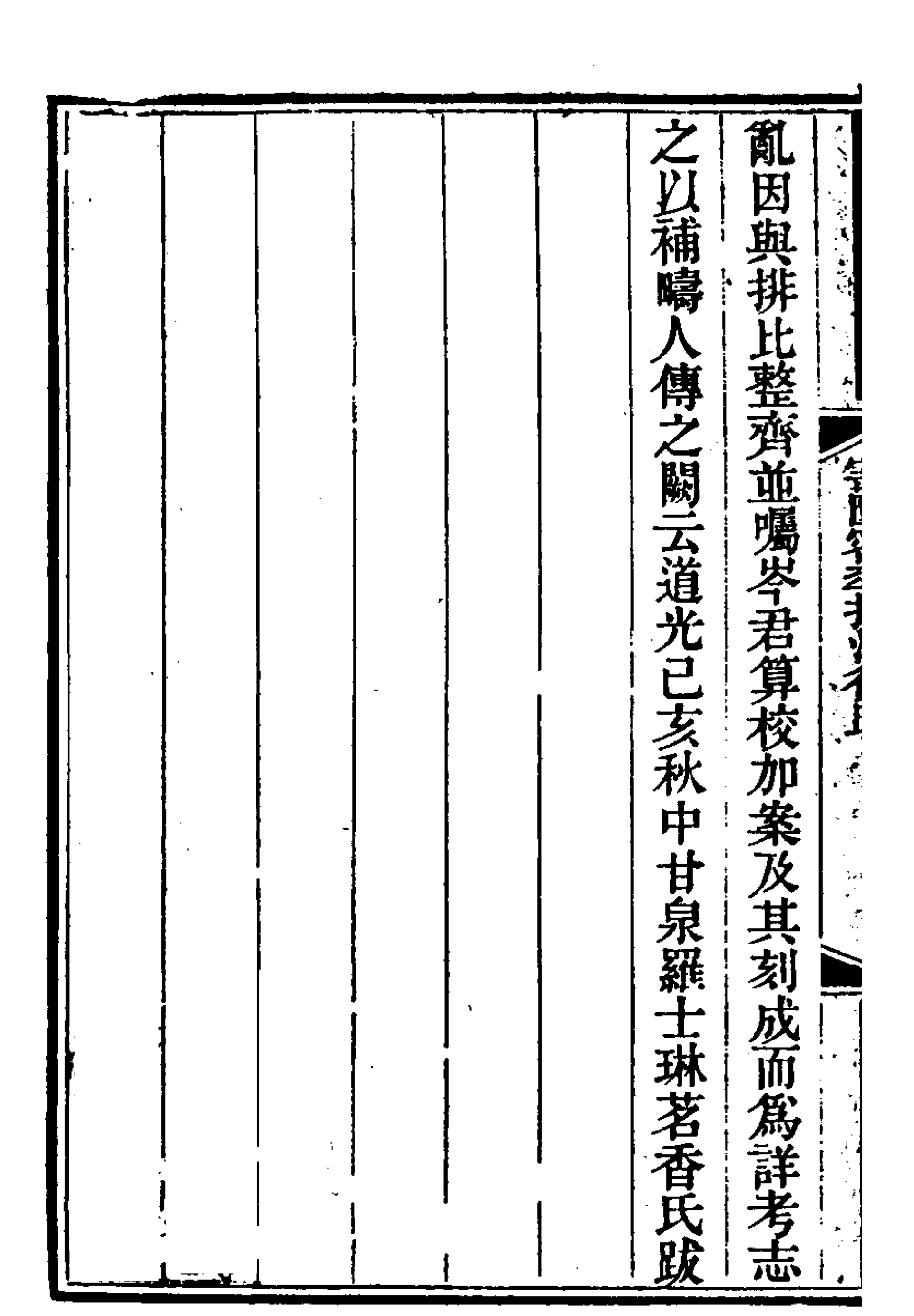
如此士琳鄉讀衡齋算學兼聞亡友董方立言知有是書久矣道光初元忝厠靈臺徧訪同人迄無知者嗣從吾師戴簡恪公家影鈔原本因得盡發其蒙竊惟割圜肇自九章大測生于八線舊傳弧背求矢濫觴已久然非密率自西士入中土設六宗三要諸術爲割圜八線起算法始大備六宗者圜內容三邊四邊五邊六邊十邊十五邊是已三要者以正弦求餘弦以本弧正餘弦求倍弧半弧正餘弦是已復又推廣之用益實歸除及益實兼減實歸除增求圜內容十四邊十八邊與夫三分之一

通弦于是最小者爲五分之弦其自一分至四分之弦則中比例求之特取數紆回不能隨度以求弦矢故非表無以濟算杜氏原法雖捷但僅傳其術未㲹厥旨且秖能以弧求弦矢是書旣補成弦矢求弧諸術更爲圖說法解以明立術之原亡友董子初得九術因其乘除諸母數有合于垛積招差譔割圜連比例術圖解上中下三卷以垛積解其術之當然而于術之所以然則闕如焉孰若是書三隅悉反一貫胥通數不必符乎六宗法不必依乎三要而弧與弦矢彼此互求得之頃刻可謂愈精

愈簡矣說者謂西法遠遜中法此蓋本吾鄉阮大保相國疇人傳利瑪竇論吾中土之法之精微深妙有非西人所能及者一語誠以中法由理得數形上之謂也西法由器得數形下之謂也算自明季寖疏禮失求野采及遠人近年中法盛行唐宋以來諸算書悉皆佚而復顯由是得證彼之中比例即古今有術彼之益實歸除及益實兼減實歸除即古正負開方術彼之借根方即古立天元一術名異實同初非西人所獨剏且彼之割圜仍不外屢求句股究亦本諸中法以故中學興而西人退然

西法亦有不可没者如弧矢八線以密率圜周爲用列表旣便測圜較確復因八線積數太多乘除匪易設連比例求對數以加減代乘除爲用尤捷斯二者術之最善者也故至今並重于世是書屏卻屢求句股舊法亦設連比例術弦取耦率矢取奇率別𢔁乘除諸母寓中法之理于西法之中士琳曾據術推演其得數與表無異因之互校八線對數得表中列數刋錯者凡五條其一度十三分二十秒正切當爲八三二九〇九三四二四九九三四二四九原表八三二九一六度四十一分十秒正弦當爲九〇六

六〇六四八三一二原表九〇六六六六四八三一二十二度五十分正弦當爲九三四六五七九四一一七原表前頁不錯後頁九三四六五五九四一一七十六度三十二分十秒正切當爲九四七二六〇九〇〇〇〇原表九四七二六〇〇〇〇〇〇四十二度三十二分四十秒正切當爲九九六二七二八七五六〇原表九九六二七二八七四六〇是此書不獨可舍表以求八線且可據八線以覈表中刊刻之誤交相成而迭爲用輔益是資洵割圜不易之金鍼其視八線表也宜益加珍重又安得目爲西法而忽之邪石梁岑君請以刊布原鈔本算式謄寫錯



亂因與排比整齊並囑岑君算校加案及其刻成而為詳考志之以補疇人傳之闕云道光己亥秋中甘泉羅士琳茗香氏跋